Benoît Rittaud

L’assassino degli scacchi

e altri misteri matematici

BARBERA EDITORE

Titolo originale: *L’Assassin de échecs et autres fictions mathématiques*
2004 Le Pommier
Prima edizione 2005

VISIT…

Indice

Prologo 3
Appendice 5

L'uomo che ascoltava le confidenze del cielo 7
Appendice 17

A ruote libere 21
Appendice 30

La prigione verde 33
Appendice 41

L'assassino degli scacchi 46
Appendice 54

Il muro dei 100 metri 60
Appendice 64

La strana storia di un padrone del tempo 67
Appendice 76

Il gioco delle tre carte 79
Appendice 83

Sei lettere 85
Appendice 93

Danza segreta 97
Appendice 105

Blitzkrieg su algoritmo 109
Appendice 119

La dea Logica 121
Appendice 126

Bibliografia 128

Siti web: 131

Prologo

La chiave gira, il contatto è attivato. Un insieme di eventi programmati con l'aiuto delle equazioni della termodinamica avvia il motore. Juliette si affretta ad uscire dal parcheggio. Impreca dentro di sé. Il suo appuntamento è durato più del previsto. Aveva avvisato che sarebbe arrivata tardi al lavoro, esagerando la durata stimata del suo appuntamento, per regalarsi una mezz'ora di tranquillità, ma ora era tutto rovinato! La discussione è andata avanti, avanti...

Quando Juliette accende la radio, ne esce una voce di qualità perfetta. L'uomo che le sta riassumendo le ultime notizie si trova forse dentro l'auto? Un suono del genere, privo di qualsiasi disturbo, è il segno di una trasmissione digitale. La voce comunica che il governo prevede una crescita del 2,3% per l'anno prossimo, basandosi su rapporti di specialisti fondati su diverse ipotesi di evoluzione della congiuntura e su modelli economici che utilizzano equazioni differenziali stocastiche, teorema di Hahn-Banach e altri spazi di Hilbert. Ovviamente, lo speaker radiofonico si guarda bene dal citare i termini adatti a far crollare l'audience della sua trasmissione e si limita a reclamizzare la percentuale del 2,3%, accompagnata da una serie di parole magiche per gli esperti.

Bip! Bip! Bip! Continuando a tenere il volante con una mano, la guidatrice fruga a caso nella borsa per prendere il cellulare. Preme un tasto e attiva la comunicazione:

«Juliette? Sta per iniziare la riunione».

«Arrivo, sono sul raccordo sud».

«Va bene, ti aspettiamo. Stai attenta, ci sono autovelox ovunque, in questi giorni».

Un secondo tasto permette a Juliette di tagliare l'invisibile filo elettromagnetico che la collegava al suo interlocutore. La vasta ragnatela rappresentata dalla rete di telefonia mobile si può comprendere grazie ai *grafi,* uno strumento matematico ideato nel XVIII secolo da Leonard Euler per rispondere a un quesito a quei tempi meramente ludico e di esclusivo interesse intellettuale.

Come consentire a un missile di una tonnellata montato su ruote e lanciato a tutta velocità dalla sua guidatrice di cambiare completamente direzione su una breve distanza e senza capovolgersi? Sicuramente non con una traiettoria ad arco di cerchio: un cambiamento così improvviso della curvatura della carreggiata richiederebbe una sterzata troppo violenta e l'auto finirebbe dritta fuori strada. Juliette sterza gradualmente, poi riporta il volante nella posizione di partenza sempre seguendo un movimento perfettamente regolare. La sua auto ha appena descritto una porzione di *clotoide,* una curva che solo il ricorso alla geometria analitica e all'analisi numerica permette di tracciare.

Per evitare l'ingorgo annunciato da un pannello luminoso, Juliette accende il suo

sistema di navigazione alla ricerca di un itinerario alternativo. La precisione diabolica del *GPS* necessita dell'utilizzo di equazioni di relatività generale, ma chiama in causa anche la teoria dei grafi: anzi è proprio questa teoria che, attraverso l'algoritmo di Dijkstra, stabilisce il percorso migliore da seguire per la guidatrice.

«È proprio dappertutto!» pensa Juliette scorgendo un manifesto che riproduce una delle opere più famose di Vasarely. «Chissà perché è sempre la stessa...». Parte della spiegazione sta nel fatto che, per il suo creatore, la parte essenziale di quest'opera stava nella definizione della sua struttura geometrica e non nella sua «incarnazione» su una tela. Così, adeguandosi alla definizione astratta indicata dall'artista, è possibile produrre quanti esemplari si vogliono dell'opera, tutti perfettamente legittimi.

Clic! Il segnale viaggia alla velocità della luce, si riflette sulla carrozzeria e ritorna al mittente.

Clic! Secondo segnale.

Il calcolo della velocità a partire dalla differenza dei tempi di ritorno dei due segnali richiede solo un istante al computer installato sulla macchina del poliziotto. Verdetto: la guidatrice non è in eccesso di velocità.

«Se questo, allora quest'altro, e quindi...». Juliette dovrà intervenire nel corso della riunione. Per convincere i suoi colleghi, dovrà esporre il suo punto di vista in modo logico. Sarà sufficiente? In ogni caso sarà necessario.

Juliette parcheggia, entra nell'edificio e chiama l'ascensore. Dove ha sentito dire che fare in modo che un ascensore renda il più breve possibile l'attesa di coloro che lo chiamano dai diversi piani è un problema complesso, legato ad aspetti di complessità algoritmica che sono tra i più difficili dell'informatica teorica?

«Ecco la ritardataria!» la punzecchia un collega. «Adesso possiamo iniziare».

«Mi dispiace, il colloquio con il professore di matematica di mia figlia si è prolungato».

«Tua figlia ha dei problemi con la matematica? Anch'io, alla sua età. Avresti dovuto vedere la faccia del mio professore il giorno in cui...».

Un altro collega scuote la testa:

«La matematica! Un'altra di quelle cose che si insegnano ai ragazzi e che non serve mai a niente...».

Appendice

Le appendici che seguono ognuna delle storie ne illustrano in dettaglio gli aspetti matematici. Concepite come un invito ad approfondire, non costituiscono dei «mini-corsi» dì matematica, ma brevi spiegazioni (facoltative), accessibili a tutti. I lettori che desiderano approfondire ulteriormente alcuni punti potranno fare riferimento alla bibliografia.

Se un buon servitore si riconosce dalla capacità di essere così discreto da far passare inosservata la propria presenza, allora la matematica è tra i migliori servitori della nostra civiltà. La lista dei campi in cui la matematica si rivela utile è praticamente infinita, e comprende sia la fisica sia l'economia e le tecnologie digitali. Queste ultime utilizzano in particolare degli strumenti derivati dall'algebra per rispondere a esigenze quali la qualità delle trasmissioni (codici per correggere gli errori), la loro velocità (compressione di schedari) oppure la riservatezza dei dati (criptografia).

Un grafo è un insieme di punti, detti *vertici,* collegati tra loro da linee definite *spigoli.* Si può rappresentare una rete telefonica tramite un grafo i cui vertici sono gli utenti e i ripetitori, e gli spigoli i collegamenti che si stabiliscono tra loro. Si dispone in questo modo di un quadro matematico adeguato all'organizzazione della rete. Lo stesso tipo di rappresentazione è efficace per il traffico automobilistico: questa volta gli spigoli sono le vie e i vertici gli incroci. La teoria dei grafi è uno strumento fondamentale per risolvere problemi come la ricerca del percorso migliore che collega due punti di una città che presenta zone con traffico differenziato.

L'algoritmica, la geometria analitica e l'analisi numerica sono altrettanti rami della matematica che hanno molteplici applicazioni. Due storie della presente raccolta ci daranno l'occasione di ritornare su questo argomento.

L'uso della matematica applicata alle scienze economiche si è diffuso nel XX secolo, molti premi Nobel per l'economia sono perfino stati attribuiti a ricercatori i cui lavori hanno una vastissima componente matematica (Kenneth J. Arrow nel 1972, Leonid Vitalevitch Kantorovitch nel 1975, Gérard Debreu nel 1983, John F. Nash nel 1994 - ricordiamo che il premio Nobel per l'economia viene assegnato solo dal 1969): La pertinenza della matematizzazione dell'economia è indubbiamente oggetto di accesi dibattiti tra gli specialisti; tuttavia, è difficile immaginare come discipline quali la finanza o la gestione di portafogli potrebbero fare a meno di certi strumenti della matematica contemporanea.

Albert Einstein non era né un matematico né un fisico, ma ha dovuto sfruttare ampiamente i progressi matematici della sua epoca per elaborare le teorie della relatività ristretta e generale. Per quanto riguarda la prima, del resto, c'è mancato

poco che venisse proposta prima di lui da un matematico tra i più famosi della storia, Henri Poincaré. I ricercatori odierni specialisti di relatività generale svolgono un lavoro in cui la componente matematica è imprescindibile.

Matematica e arte sono legate fra loro fin dalle origini. Le diverse scale musicali che esistono ancora oggi sono state elaborate su basi matematiche. Alcune particolari costruzioni geometriche hanno permesso la nascita della prospettiva, uno dei tratti caratteristici dei teatri all'italiana e dei quadri del Rinascimento. Le Corbusier, nella redazione del suo Modulor, è stato guidato da considerazioni sulla «divina proporzione» (concretizzata per esempio in un rettangolo di lati 1 e $(1+\sqrt{5})/2 \approx 1{,}618$, alle cui proporzioni alcune correnti artistiche danno un valore estetico). E si trovano numerose manifestazioni di interesse per la matematica nelle opere di scrittori come Edgar Allan Poe, Jorge Luis Borges, Georges Perec e Boris Vian. La lista completa dei settori in cui la matematica interviene in un modo o nell'altro è talmente lunga che ci si potrebbe porre la domanda opposta a quella suggerita alla fine della storia: esiste un settore in cui la matematica non può dare il suo contributo? Non riporteremo in vita uno scientismo passato ormai di moda, affermando che tutto si spiega con la matematica o che tutto quanto di meglio possediamo lo possediamo grazie ad essa; limitiamoci ad osservare che, senza la matematica, il mondo sarebbe profondamente diverso da quello che conosciamo.

L’uomo che ascoltava le confidenze del cielo

Le mura di Naucratis si stagliavano finalmente all’orizzonte.

I milesii non erano contrariati alla prospettiva di sbarcare presto.

Talete, che un tempo era abituato al caldo torrido del clima egiziano, subiva altrettanto duramente dei suoi schiavi la soffocante atmosfera di quel tardo pomeriggio sul Nilo. Dato il suo ruolo di comandante, cercava di mantenere un contegno e ci riusciva molto bene, nonostante l’età avanzata. Alla fine, solo Hori non soffriva per il pesante calore e per la luce accecante dispensata da quel sole fin troppo generoso. Ma Hori era egiziano.

La nave entrò nel porto della giovane città, che echeggiava di rumori di pietre, di vivaci invettive tra operai e schiavi che trasportavano chi delle corde, chi delle assi, chi delle scale. Le innumerevoli impalcature riducevano ulteriormente l’ampiezza delle strade già oltremodo ostruite dall’andirivieni dei lavoratori. La maggior parte di loro proveniva dalla Grecia e dalla Caria, anche se si contavano molti lavoratori egiziani a cottimo. Nei dintorni della città che stava rinascendo, il profilo di un tempio in costruzione, dedicato a Era, prometteva alla madre degli dei dell’Olimpo un luogo di culto degno del suo rango. Onorata in questo modo dai coloni, sicuramente la moglie di Zeus avrebbe portato prosperità alla città e le avrebbe garantito stabilità e pace con i vicini egiziani che avevano accettato così di buon grado il suo ampliamento.

«Il caldo mi sta forse annebbiando la vista o è proprio il grande Talete che si degna finalmente di venire a visitare la nostra umile città?».

La potente voce di Markos si era imposta in mezzo al vocio delle banchine. Aprendo leggermente le braccia, scoprendo una pancia prominente, abiti eleganti e un ampio sorriso, il mercante strinse vigorosamente Talete e si avvicinò alle merci giunte dalla Ionia che gli schiavi stavano iniziando a scaricare.

«Come mi farebbe piacere scambiare queste anfore belle ricolme con grandi sacchi del mio grano migliore», proseguì il mercante sullo stesso tono affabile. «Il tuo olio deve essere eccellente» aggiunse, prima di insinuare, con un’aria complice: «ma è tutto qui quello che ci porti?».

«Ho fatto affari soprattutto con l’olio, in questa stagione», spiegò Talete, «ma non mi sono dimenticato di portarti qualche anfora di buon vino».

«Allora vieni a casa mia», si rallegrò Markos, passando il braccio sulle spalle di Talete. «Ti farò preparare un buon pasto e ti darò di che rinfrescarti».

La figura sottile e i modi discreti di Talete contrastavano con la corporatura imponente del mercante e la sua voce, nota in tutta la città. L’uomo maturo faceva ampi gesti mentre guidava il nuovo arrivato dal viso solcato di rughe e dai capelli

bianchi che, nonostante la fatica, lo ascoltava attentamente. Hori, piuttosto piccolo, più giovane e abituato alla discrezione, seguì i due uomini senza una parola fino a casa del mercante.

«Non ti ho presentato Hori», si scusò Talete. «È un messaggero del faraone, è venuto a Mileto per invitarmi a incontrarlo. Ha fatto tutto il viaggio con noi, parla perfettamente il greco».

«Invitato dal faraone!» Markos fece un fischio. «Adesso si spiega perché ci hai fatto finalmente l'onore di una visita! Il faraone ha probabilmente sentito parlare delle tue imprese. Ah! Come quella storia...».

Mentre entravano in casa del mercante, Markos raccontò di un episodio celebre che aveva fatto diventare Talete famoso presso tutti i negozianti, da Efeso a Sibari:

«Avevi visto nelle stelle che ci sarebbe stata una raccolta di olive eccezionale, quell'anno; allora, senza dire niente a nessuno, a partire dall'inverno, hai comprato a basso prezzo tutti i frantoi che sei riuscito a trovare. Quando è arrivata la siccità, eri l'unico che ne possedeva ancora! Ah! Bisognava vedere tutti quei produttori di olio correre da te per noleggiare a peso d'oro uno dei tuoi preziosi frantoi!».

Talete rinunciò a spiegare che non aveva previsto la raccolta ma aveva soltanto avuto l'idea di creare un monopolio. Tutti quegli anni trascorsi a sentire tutti entusiasmarsi per le sue imprese reali o immaginarie gli avevano insegnato che la gente ricorda solo ciò che vuole.

Mentre parlava, il mercante versò una parte del contenuto di un'anfora in un ampio cratere preziosamente decorato. Allungò il vino con un po' di acqua fresca presa da una brocca, poi servì i suoi ospiti, prima di riprendere, con un tono più serio: «È una bella cosa che il faraone voglia incontrarti. Amasi è ben intenzionato nei confronti di noi greci, ma...».

Impercettibilmente, gli occhi di Markos sbirciarono Hori.

«Vogliate scusarmi» si affrettò a dire educatamente Hori. «Da quando accompagno Talete, sono stato solo un peso inutile per lui. Se permettete, mi piacerebbe cogliere l'occasione di rendermi utile andando a dare una mano a scaricare le merci».

«Non temere, Markos», lo interruppe Talete. «Hori è degno di fiducia, mi ha dato molte informazioni sulla situazione attuale in Egitto».

Associando il gesto alle parole, egli trattenne Hori per un braccio. Rassicurato, il mercante proseguì:

«Vedi, l'ampliamento attuale di Naucratis, che il faraone ha autorizzato, non piace a tutti. Molti dignitari altolocati sono preoccupati per la presenza crescente dei Greci. Secondo loro, la nostra colonia nel cuore dell'Egitto è paragonabile al cavallo che gli Achei fecero entrare a Troia. Certo, troverai pochi egiziani che si lamentano del fatto che Amasi li abbia liberati di quel cane di Apries, ma il giovane faraone ha bisogno di appoggio per sostenere i progetti che ha nei nostri confronti. Invitare un greco saggio come te, che ha studiato in Egitto e la cui sapienza è nota a tutti, è probabilmente un mezzo per poter giustificare le proprie scelte. In qualche modo, sei una pubblicità vivente della sua politica di scambi con i greci. Su quale argomento desidera intrattenerti Amasi?».

«Il faraone vuole incontrare Talete, la cui fama è universale, perché evochi davanti a lui la sua scienza degli astri», recitò Hori.

Markos non era assolutamente un esperto in quel campo, ma non aveva nessuna dubbio sull'estensione delle conoscenze di Talete.

«Partirò domani per incontrare il faraone a Sais», aggiunse Talete, «e tornerò subito dopo per vendere la mia merce».

«Ebbene», concluse il mercante alzando la sua coppa, «per tutte le notti che trascorrerete a Naucratis, sarete miei ospiti. E sarò felice di essere il primo a trattare su una parte del tuo olio e del tuo vino».

Talete sapeva di avere davanti a sé un mercante tra i più astuti, implacabile negli affari, sotto la sua parvenza bonaria. Tuttavia, Markos aveva anche il senso dell'ospitalità e non violava mai la regola di solidarietà tra greci. Talete esitò solo un istante, ma poi accettò di buon grado l'invito.

Dedicò la fine del pomeriggio alla visita della città, a cui i coloni greci stavano dando un volto completamente nuovo. Tutti quegli edifici rendevano il luogo estraneo a Talete, lui che pure l'aveva conosciuto così bene, in gioventù. A quei tempi, il faraone Psammetico aveva accettato l'installazione di coloni greci a Naucratis, a condizione però che fossero in quantità strettamente limitata. Ciò aveva portato la presenza greca a un livello più simbolico che reale. Attualmente, Naucratis era irriconoscibile.

oooooo

A meno di un centinaio di stadi dalla colonia greca si estendeva la città di Sais, simbolo della dinastia saita fondata da Psammetico.

Più antica di Naucratis, la capitale dell'Egitto ne condivideva l'aspetto di immenso cantiere. I progetti ambiziosi di Amasi dalla sua ascesa al potere si concretizzavano nella pietra.

Hori fece entrare Talete nel palazzo del faraone e lo condusse davanti a una grande tavola ricoperta di frutta di cui il greco approfittò mentre aspettava l'onore di essere presentato al personaggio più potente del paese. Finalmente vennero a prenderlo per farlo entrare, sempre accompagnato da Hori, in una sala dai soffitti alti dove troneggiava Amasi, sovrano assoluto di tutto l'Egitto. Il faraone, circondato da sacerdoti, scribi e guardie, tutti in piedi e immobili, era di corporatura robusta e sembrava guardare tutto intorno a sé con naturalezza e benevolenza. A portata della sua mano, uno di quei piccoli animali a quattro zampe con la pelliccia folta tanto apprezzati dagli egiziani aspettava pigramente le carezze del suo padrone, osservando coloro che stavano entrando.

«Ti do il benvenuto, Talete di Mileto» esordì il faraone. Egli si esprimeva nella sua lingua, che Talete conosceva per averla usata quando studiava in Egitto. Hori, cui toccava naturalmente il ruolo di interprete, dovette pertanto intervenire solo in rare occasioni per facilitare lo scambio.

«Hai fatto ben fruttare l'insegnamento dei nostri maestri scribi», continuò Amasi. «La tua fama sembra non avere confini. Ti definiscono il più saggio tra gli uomini, si dice perfino che tu abbia previsto l'eclisse che ha avuto luogo durante la guerra tra Ciassare e Aliatte. Sono curioso di sapere come ti è riuscita una cosa del genere...».

«O Faraone, è lusinghiero per me che tu dia credito a quella storia» rispose Talete.

«Sfortunatamente si tratta solo di dicerie inventate dalla gente del mio paese. Donne, per lo più, che come sempre arricchiscono i racconti man mano che li trasmettono».

«Strana umiltà», si meravigliò Amasi. «Avresti quindi così tanti titoli onorifici per trascurare quello che fa di te il confidente delle divinità celesti? O è un modo per evitare di divulgare i tuoi segreti?».

Hori si spaventò per la piega che sembrava prendere la conversazione e pregò che Talete obbedisse senza indugi.

«Bisogna diffidare dei trofei ottenuti indebitamente, o Faraone», rispose Talete. «Se mi azzardassi a predire la data della prossima eclisse, mi sbaglierei sicuramente, e gli uomini sono pronti a disprezzare coloro che hanno esageratamente ammirato. Ormai ho perso il conto delle storie travisate che circolano su di me, ma sappi, o Faraone, che per me sarà un grande onore insegnarti e farti apprezzare le poche briciole di sapere che la mia non più giovane età mi ha permesso di raccogliere».

Dato che il faraone sembrò soddisfatto di quella risposta, Talete si mise a raccontare alcune delle sue azioni passate. Da ex generale qual era, Amasi apprezzò debitamente l'astuzia che Talete aveva ideato qualche anno prima per permettere all'esercito di Creso di attraversare il fiume Halys: aveva infatti avuto l'idea di deviarne una parte, trasformando così un corso d'acqua troppo ampio in due fiumi oltrepassabili più facilmente.

Ogni volta che prendeva la parola, Talete cercava di evitare che il faraone si sentisse in una posizione di inferiorità. Amasi, da parte sua, provava un grande piacere a conversare con un uomo dotato di una mente così acuta, anche se di tanto in tanto trovava che alcune parti del sapere di Talete non fossero particolarmente interessanti.

Che utilità poteva mai avere, si chiedeva, il fatto che determinate parti delle linee stanno sempre tra loro come le parti che loro corrispondono? La scienza delle figure, che Talete conosceva alla perfezione, lo impressionava meno della scienza degli astri, la lingua stessa degli dei.

«La conoscenza delle linee e delle figure è un'opera gloriosa dei saggi d'Egitto, o Faraone», rispose Talete ai dubbi del sovrano. «Senza di essa le piramidi non avrebbero mai potuto vedere la luce».

«È vero», ammise Amasi, «il popolo d'Egitto si è elevato come gli dei quando ha innalzato le tombe dei nostri re illustri. Questi edifici sono così prodigiosi che nessuno può misurarne tutta la grandezza».

«Intendi dire, o Faraone, che le piramidi sono più alte di quanto riusciamo a concepire?».

«Non raggiungono il cielo», riconobbe Amasi, «ma sono così alte che è impossibile per un uomo sapere fino a che punto».

Una luce si illuminò nella mente di Talete. Se il greco amava coltivare una cauta modestia nonostante la vastità del suo sapere, ciò non gli impediva, anche alla sua età, di amare le sfide. Le parole di Amasi gli fecero venire un'idea. Improvvisamente sicuro di sé, ruppe il silenzio:

«Le piramidi possono essere viste e toccate. L'uomo le ha costruite, quindi l'uomo dev'essere in grado di misurarle».

«Ecco il Talete di cui mi avevano parlato!» esclamò il faraone, soddisfatto all'idea

di intraprendere una gara intellettuale con il più grande tra i saggi di Grecia. «Sei orgoglioso e sicuro della tua scienza, e questo ti rende presuntuoso. Perché anche se riuscissi a tendere una corda fino alla cima della tomba, otterresti solo una misura obliqua: dovresti fare un foro verticale per conoscere l'altezza effettiva».

Di nuovo, Talete lasciò passare qualche istante. Le piramidi erano lontane, a sud, gli sarebbero serviti molti giorni per raggiungerle risalendo il Nilo... Ma come resistere alla voglia di attraversare ancora il paese dove aveva trascorso tanti anni della sua giovinezza? Dopo tutto, poteva incaricare il suo intendente di vendere la merce e di preparare il suo ritorno a Mileto.

«Faraone», disse alla fine «penso di essere in grado di determinare fino a quale altezza si innalza la più grande delle piramidi. Se me lo consenti, ti assicuro che mi recherò laggiù e ne misurerò l'altezza».

Il faraone fece un ampio sorriso:

«Il tuo viso è quello di un uomo che ha vissuto a lungo, Talete. Eppure, ad ascoltarti, ho la sensazione di trovarmi di fronte il più focoso dei miei bambini! Quale sortilegio potresti invocare per conoscere una grandezza che nulla permette di misurare direttamente?».

«Non userò nessuna magia, Faraone», rispose Talete che stava già pensando alla sua spedizione. «Consenti solamente che Hori, che mi è stato di grande aiuto da quando è venuto a cercarmi a Mileto, mi accompagni ai piedi della Grande Piramide. Infine, e questa sarà la mia ultima richiesta, oso pregarti di affidarmi un bastone che misura esattamente la lunghezza di un cubito egiziano. In tal modo, potrei facilmente confrontare l'altezza che misurerò con quella che i tuoi scribi hanno sicuramente messo per iscritto».

Hori, che non parlava e si teneva in disparte, si sentì pieno d'orgoglio all'idea che il grande Talete chiedesse di tenerlo con sé.

Il faraone ordinò che fosse portato il campione richiesto, mentre il suo gatto saltava mollemente al suolo per mettersi in un luogo appartato. Qualche minuto dopo, uno scriba entrò nella sala, tenendo tra le mani due bastoni di misure diverse che porse a Talete, dichiarando, con voce distaccata e glaciale:

«Questo bastone misura un cubito, l'altro ne misura cinque. Puoi prendere quello che vuoi, ma io ti consiglio di non caricarti di quello più grande, visto che devi viaggiare».

A Talete bastò un solo istante per rispondere:

«Misurare con precisione è un'impresa delicata. Meno cubiti dovrò mettere uno di seguito all'altro, meno imprecisioni si accumuleranno. Prendo quello».

Con queste parole, afferrò il bastone più grande, che oltrepassava di molto l'altezza di un uomo. Lo scriba nascose a fatica il suo disappunto. Il faraone gli rivolse uno sguardo di sottecchi prima di girarsi nuovamente verso Talete:

«Vedi come sono i saggi d'Egitto! Ognuno pensa di essere il migliore di tutti e nessuno accetta di lasciar credere che chiunque lo possa superare in saggezza. Sappi quindi che nessuna astuzia sarà in grado di aiutarti nella tua folle ambizione: solo i saggi d'Egitto conoscono l'altezza della tomba di Cheope e nessuno di loro acconsentirà mai a rivelartela.

«Sono fortunato, quindi, a poterlo chiedere a qualcun altro» rispose

misteriosamente Talete.

«A chi?».

«A tuo padre, Faraone».

Immobile nella posizione della sfinge, il gatto continuava a osservare.

oooooo

Al calar della sera, quando Talete e Hori si ritrovarono nel grande giardino del palazzo, l'egiziano disse al greco, con un tono insolitamente deciso:

«Evocare il nome del padre del faraone è stata un'imprudenza, Talete. Il nostro sovrano non è figlio di un altro faraone e avrebbe potuto considerare la tua frase un'allusione inopportuna al suo colpo di stato di cinque anni fa».

Il milesio si accontentò di sorridere. A che scopo svelare tutto in quel momento? All'alba sarebbero tornati a Naucratis per imbarcarsi verso il sud e nel giro di qualche giorno entrambi si sarebbero ritrovati ai piedi della Grande Piramide e lì egli avrebbe avuto tutto il tempo di spiegare le sue parole. Talete si ricordò divertito l'atteggiamento dello scriba che gli aveva portato i bastoni. Pur essendo profondamente rispettoso nei confronti dei maestri egiziani che tante cose gli avevano insegnato quando era ancora giovane e ignorante, non aveva dimenticato l'orgoglio dei suoi docenti di un tempo che, più di una volta, gli era sembrato rasentare il ridicolo.

oooooo

Talete e Hori ritornarono quindi a Naucratis. Mentre il mercante milesio conduceva qualche transazione e affidava al suo intendente il compito di gestire i suoi affari, il suo fedele accompagnatore si recò al porto e trovò una nave che risaliva il Nilo sulla quale poterono imbarcarsi.

Qualche giorno dopo sbarcarono e giunsero a dorso d'asino ai piedi della Grande Piramide. Una volta arrivati, Talete ruppe il silenzio:

«Sai perché nessuno ha interpretato in modo corretto il senso di quel che ho detto l'altro giorno parlando del padre del faraone?».

«Nemmeno io l'ho capito», rispose Hori con un tono che tradiva un calo nella sua ammirazione.

«Anche se ho vissuto in Egitto per tanti anni e ho studiato con i più grandi maestri di qui, per tutti voi sono rimasto uno straniero. Qualsiasi egiziano che avesse pronunciato le stesse parole sarebbe stato capito. Secondo te, qual è il vero padre del faraone d'Egitto?».

«Ra!» rispose istintivamente Hori.

«Esattamente» riprese Talete. «Il faraone è figlio di Ra, che noi greci chiamiamo Elios. Per conoscere l'altezza della grande tomba, bisogna interrogare il dio Sole, verso il quale l'anima del sovrano Cheope si è elevata attraverso la piramide».

Se Hori fu un po' risentito nel ricevere una lezione di religione da parte di una persona che non osservava i riti sacri, fu soprattutto stupito dai propositi deliranti di Talete. Come poteva un greco ritenersi in grado di ricevere le confidenze del più

grande tra gli dei d'Egitto?

«Davanti al faraone hai negato di saper parlare agli dei», disse Hori. «E ora pretenderesti di rivolgerti al più glorioso di loro?».

Senza rispondere, Talete fece qualche passo per uscire dall'ombra della piramide.

«L'astro del giorno dà a ciascuno secondo il suo rango» spiegò. «Solo sapendo che cosa egli dispensa alla piramide, ne conosceremo l'importanza».

Hori assunse un'espressione inebetita, alzò gli occhi verso la piramide, scosse la testa e attese che Talete proseguisse. Quest'ultimo afferrò il bastone da cinque cubiti e, con un gesto vigoroso, lo piantò verticalmente nel terreno.

«Qual è l'altezza dell'ombra di questo bastone?» chiese Talete.

«Sette cubiti circa» calcolò Hori.

«E se il bastone fosse lungo il doppio, quale sarebbe l'altezza della sua ombra?».

«Sarebbe il doppio, Talete, evidentemente».

«Ma allora, nel caso di un bastone tre volte più lungo, l'altezza dell'ombra non sarebbe forse anch'essa tre volte maggiore?».

«È vero».

«E quindi, proseguendo in questo modo, l'ombra non aumenterebbe forse sempre proporzionalmente all'altezza del bastone?».

«Sì».

«Come possiamo conoscere l'altezza della Grande Piramide, quindi?».

«Ma per Ammone, Talete, non lo so!».

Talete rinunciò. Si avvicinò all'ombra della piramide, ne segnò il vertice esatto, piantò un'altra volta il suo bastone ben perpendicolarmente al terreno e segnò anche l'estremità dell'ombra del bastone. Soddisfatto, si voltò verso Hori:

«È tutto in posizione. Ora non ci resta che misurare accuratamente la lunghezza delle due ombre».

Una volta calcolata l'altezza dell'ombra del bastone, Talete si mise a misurare quella dell'ombra della piramide. E si rese conto a quel punto che sarebbe stato un compito più delicato del previsto: i cinque cubiti del suo campione erano molto corti rispetto all'ombra di quel monumento immenso e sarebbe stato necessario disporli molte volte di seguito per misurare una lunghezza così ampia. Ed era essenziale che la misura fosse fatta secondo una linea estremamente dritta che congiungesse il vertice dell'ombra con il punto del terreno situato perpendicolarmente al vertice. Non solo gli fu subito chiaro che la lunghezza che avrebbe ottenuto con il suo bastone avrebbe avuto una precisione limitata ma, fatto ancora più grave, capì che non sarebbe potuto arrivare fino al punto perpendicolare al vertice. Qualsiasi cosa facesse, gli sarebbe mancata sempre una parte della lunghezza dell'ombra.

Il faraone non possedeva certo tutte le conoscenze di Talete, ma aveva dimostrato un'intelligenza acuta sottolineando un punto cruciale: era impossibile accedere al centro della base della piramide. Talete fece una smorfia.

«Le parole del dio Sole sono quindi meno intelligibili del previsto?» insinuò Hori.

«Non troverò mai il modo di superare questa difficoltà, se tu continui a confondermi le idee!» rispose aspramente Talete.

Il saggio iniziò a riflettere intensamente mentre la sua mano afferrò istintivamente la borraccia e la portò alla bocca.

«Ho trovato!» esclamò all'improvviso, e così facendo si versò addosso un po' d'acqua. Si diresse correndo verso il vertice dell'ombra della piramide, si voltò per vedere il monumento di fronte e, dopo un rapido esame, disse a Hori: «Dobbiamo fare in fretta. Se vogliamo finire oggi la misurazione, non c'è un momento da perdere».

Dette queste parole, ordinò a Hori di aiutarlo a misurare il più in fretta possibile la lunghezza del lato della piramide. Talete posizionava il bastone, Hori faceva un segno sul terreno alla sua estremità, poi Talete si affrettava a spostare il campione, continuando a contare man mano il numero di cubiti. Hori fu sorpreso dall'agilità e dalla resistenza di quell'uomo che stava aiutando, che pure era anziano. Mentre l'egiziano doveva fare uno sforzo su se stesso per non trascinare i piedi, Talete sembrava fresco come una rosa e affrettava il passo esortando Hori ad accelerare il suo. «Facciamo a gara con il sole», spiegò. «Avremo un risultato preciso solo se effettuiamo la misurazione nel momento esatto in cui l'ombra sarà allineata con la piramide, il che si verificherà tra poco». Hori non ci capiva nulla.

«Quattrocentoquaranta cubiti», concluse Talete. «Ora mettiti al centro del lato. Il punto si trova dove il segno indica duecentoventi cubiti».

Hori eseguì, mentre Talete si recava ancora una volta al vertice dell'ombra della piramide, tenendo in mano il campione da cinque cubiti, sempre più pesante. Si girò verso Hori che voltava le spalle all'alto muro in pendenza, poi si spostò lateralmente fino a trovarsi esattamente di fronte al muro e al suo compagno, la cui altezza evidente appariva irrisoria in confronto a quella della tomba immensa.

Per un momento, Talete dimenticò la sua sfida. Lasciò che quel formidabile sepolcro risvegliasse in lui il fascino che aveva e che avrebbe ancora suscitato in migliaia e migliaia di generazioni. Immenso, immobile, eterno... per penetrare il mistero della Grande Piramide non bastava misurare la sua altezza.

Talete si trovava esattamente di fronte a Hori. Restavano ancora solo pochi minuti prima che il vertice dell'ombra della Grande Piramide toccasse la linea che congiungeva i due uomini. Quando quell'istante arrivò, Talete si affrettò a segnare il punto di contatto, poi conficcò il bastone in modo che l'estremità della sua ombra facesse tutt'uno con quella dell'ombra del monumento. Talete girò intorno al bastone per assicurarsi della sua verticalità, corresse, ricominciò, poi parve soddisfatto. Chiamò Hori, che lo raggiunse di corsa:

«Ra ha risposto alla tua domanda, Talete?» chiese in tono rispettoso.

«Mi ha parlato nella sua lingua» rispose Talete. «La lingua della Natura, che gli uomini conoscono molto poco. Non ci resta che tradurre le sue parole».

Bisognava misurare ancora la lunghezza dell'ombra della piramide e quella del bastone a partire dal segno. Per l'ombra del bastone, il lavoro avrebbe dovuto essere brevissimo, ma Talete si mostrò così meticoloso che Hori si chiese se la misurazione dell'ombra della piramide sarebbe terminata prima che facesse notte.

«Quando ti ho detto di raggiungermi», chiese Talete «hai preso la strada che ti sembrava più corta? Non hai fatto nessuna deviazione?».

«Certo che no, Talete», rispose Hori, risentito di credersi sospettato di perder tempo. «Ho corso più in fretta che ho potuto».

«E quindi hai seguito una linea retta dalla metà del lato della piramide fino al

vertice della sua ombra. Perciò mi hai appena fatto un enorme favore: non ci resta che prendere le misure con i cubiti seguendo le tue tracce».

Estremamente fiero della sua impresa, Hori si rinfrescò bevendo un po' d'acqua prima di aiutare a prendere le ultime misure necessarie. Fortunatamente, Talete si mostrò meno preoccupato della precisione rispetto a quanto aveva fatto per l'ombra del bastone.

«Dimmi, Talete», chiese Hori, appena ebbero posizionato l'ultimo cubito «solo un saggio come te può comprendere la lingua di Ra, o posso sapere anch'io di cosa si tratta?».

«Se l'ombra misurata del bastone fosse il doppio della sua lunghezza, che cosa si potrebbe dire del rapporto che intercorre tra l'ombra e l'altezza della piramide?» chiese Talete a mo' di risposta.

«Confesso di non saperlo», ammise Hori.

«Ricordati di quanto ti ho detto poco fa: il dio Sole concede a ognuno secondo il suo rango. Se l'ombra è doppia per il bastone, è doppia per la piramide».

«L'altezza della piramide sarebbe dunque la metà di quella della sua ombra!» concluse l'egiziano trionfante.

«Esattamente. Tuttavia sorge un problema, per la piramide: non si può misurare tutta l'ombra, perché una parte si trova sul suo lato. Perciò ho aspettato che Ra proiettasse i suoi raggi secondo la stessa direzione delle facce laterali della piramide. In questo modo basta aggiungere la misura della metà di una faccia laterale della piramide alla nostra misura che si ferma ai piedi della tomba».

Hori non capiva tutto, ma abbastanza comunque per obiettare con voce lamentosa:

«Allora dobbiamo misurare ancora la faccia laterale, se c'è bisogno di conoscere la metà della sua lunghezza!».

«Teoricamente sì», riconobbe Talete. «Ma ricordati che la base delle piramidi è sempre quadrata. Tutti i lati sono identici, e noi abbiamo già misurato questo lato», aggiunse mostrando quello che si trovava di fronte a loro.

Talete ordinò a Hori di non porgli più domande. Quest'ultimo fece silenzio, aspettando che il suo padrone finisse di interpretare la parola divina.

A questo punto Talete tracciò molte figure per terra, fece alcuni calcoli e si chinò sui suoi risultati, con un'espressione assorta.

«È tempo di tornare dal faraone», disse alla fine con una voce inespressiva.

Hori, sicuro che Talete conoscesse a quel punto l'altezza della piramide, non osò proferire parola, meravigliandosi che il milesio fosse così poco fiero del suo successo.

ooooo

Quando apprese che Talete era di ritorno, Amasi non seppe trattenere la sua impazienza e lo ricevette immediatamente. Scribi, sacerdoti e guardie erano ugualmente presenti, e anche il gatto. A Hori sembrò che l'animale si trovasse nella stessa posizione e nello stesso punto della volta precedente. Immaginò che il gatto non si fosse mosso, aspettando il loro ritorno per fissarli nuovamente con i suoi occhi misteriosi.

«O Faraone», esordì Talete «io sono solo un vecchio presuntuoso. Quale grande segno di vanità, infatti, pensare di essere in grado di misurare l'altezza della Grande Piramide! Il risultato che ti porto, temo, è sicuramente inesatto per molti cubiti. Nella tua benevolenza, possa tu comunque giudicare che la vicinanza della mia misurazione all'altezza effettiva sia sufficientemente evidente perché non vi si possa vedere esclusivamente il frutto della fortuna».

«Qual è dunque il valore che proponi?» chiese il faraone, dissimulando a fatica la sua eccitazione.

«Credo di poter affermare, o Faraone, che l'altezza della Grande Piramide equivale a duecentosettantacinque cubiti».

Il faraone sgranò gli occhi. La precisione della cifra proposta dallo studioso greco toglieva il fiato.

Amasi non riuscì a trovare delle parole abbastanza lusinghiere per congratularsi con il suo invitato, e fu con la gioia di chi viene iniziato ai misteri di un'immensa sapienza che ascoltò Talete spiegargli il modo in cui aveva operato:

«La tua reputazione di migliore tra i greci non è usurpata, Talete di Mileto. È motivo di gloria per l'Egitto avere infuso scienza e saggezza in un uomo diventato un autentico confidente degli dei. E proprio continuando a camminare insieme, i nostri due popoli si dimostreranno all'altezza dei loro destini».

Il tono del faraone si fece quasi deferente per chiedere di nuovo:

«Quando un uomo come te arriva a livelli così alti di saggezza, c'è ancora qualcosa che potrebbe sorprenderlo?».

«Vedere un tiranno diventare vecchio!» rispose maliziosamente Talete. «E credo, o Faraone, che il tuo regno sarà lungo».

Seduto in disparte, il gatto chiuse gli occhi in segno di approvazione.

Appendice

È interessante constatare che se la matematica oggi ha un'utilità incontestabile (in particolare per mezzo della tecnologia), la sua origine come scienza risale a un'epoca in cui le cose non stavano proprio così. Babilonesi ed egizi dell'età antica avevano indubbiamente bisogno della geometria e del calcolo per l'architettura o per la gestione dei loro conti, ma molte tracce rimaste dei loro lavori testimoniano un desiderio di comprensione che va al di là delle strette necessità pratiche.

Mentre i babilonesi si sono interessati molto ai numeri, gli egizi hanno sviluppato maggiormente la geometria, strumento necessario per risolvere dei quesiti di agrimensura: quando il Nilo inonda le terre e poi si ritira, bisogna ridistribuire a ogni proprietario terriero una superficie di terreno corrispondente a quella che possiede. Tuttavia, a quei tempi, non sembra che la matematica venisse percepita come una disciplina a sé stante. I babilonesi, per esempio, non hanno un termine per designarla in quanto tale, e bisogna attendere i greci per vederla acquisire uno statuto di scienza autonoma.

Talete è l'uomo che prefigura questo grande movimento, che si concretizzerà soprattutto nel V secolo a.C. Istruito, pare, dai più grandi eruditi egizi, si dice che visse più di novant'anni. Sarebbe morto mentre assisteva da spettatore a una competizione sportiva, il che ci autorizza a pensare che abbia conservato a lungo tutte le sue facoltà intellettive e fisiche. Al momento della nostra storia, cioè nel 565 a.C., Talete ha probabilmente una settantina d'anni (la data della sua nascita è incerta, come del resto la maggior parte delle cose che sappiamo di lui).

Commerciante, filosofo, in una parola «speculatore» nella doppia accezione di affarista e ricercatore, è il solo a comparire su tutte le liste di «Sette Savi» che sono state proposte (radunando tutte le persone che figurano su queste liste, si ottiene più di una ventina di «Sette Savi»!). Talete non è uno scienziato nel senso moderno del termine, ma le sue ricerche intellettuali sulla natura e la matematica lo rendono un pensatore di primo piano. Ricco commerciante, probabilmente, come suggerisce l'episodio dei frantoi (di cui si è mantenuto qui solo quanto ne conservava Karl Marx, cioè che si tratta forse dell'esempio più antico attestato di instaurazione di un monopolio), è possibile che Talete abbia avuto occasione di recarsi a Naucratis. Lo storico Erodoto afferma che la fondazione della colonia greca risale alla conquista del potere da parte di Amasi (750 a.C.), ma alcuni scavi hanno rivelato che la città risale a un'epoca precedente (il tempio di Era è stato costruito nella prima metà del VI secolo a.C.).

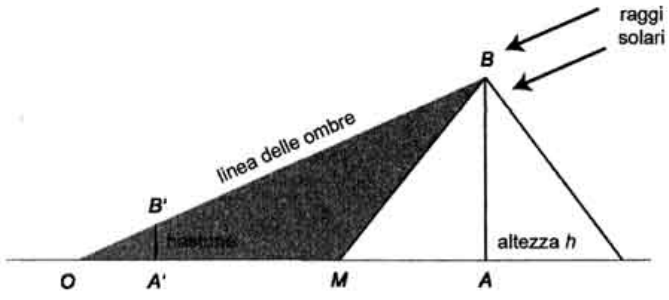
Il faraone Amasi, dal suo nome egizio Ahmose II, unico personaggio storico del racconto oltre a Talete, ha favorito più di ogni altro suo predecessore l'insediamento dei greci in Egitto. Governante illuminato, ammiratore della cultura, ha sviluppato il commercio e gli scambi con i greci e messo fine alle persecuzioni contro gli ebrei. Il

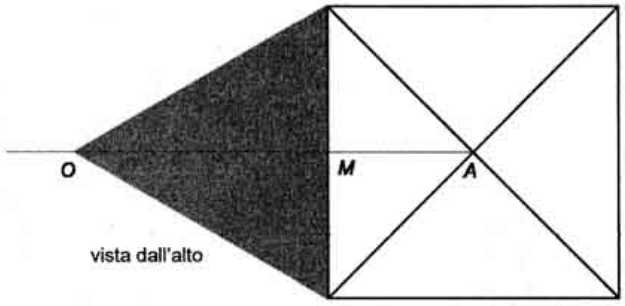
suo regno è durato quarantaquattro anni.

ooooo

Le numerose storie riferite su Talete danno un'idea della sua fama. Se la storia della divisione del fiume Halys (oggi situato nel nord della Turchia e denominato Kizil Irmak) sembra credibile, quella dell'eclisse solare, invece, benché riportata da molti autori dell'antichità, è solo una leggenda. La predizione delle eclissi è infatti una questione delicata e necessita di strumenti di astronomia matematica molto più elaborati di quelli esistenti all'epoca, per non parlare poi della scarsa affidabilità delle datazioni delle eclissi precedenti che Talete potrebbe aver avuto a disposizione per elaborare una qualsivoglia teoria.

ooooo



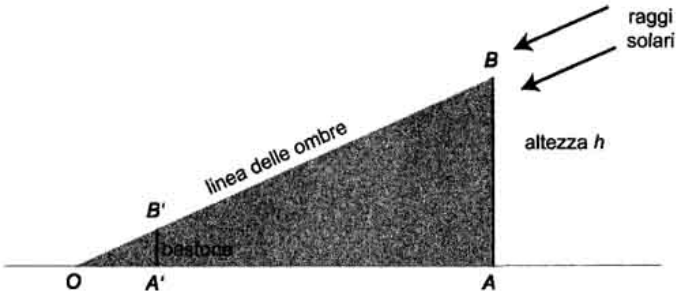


Molti autori, come Plinio o Plutarco, raccontano che Talete ha misurato l'altezza della Grande Piramide con l'aiuto di considerazioni sui triangoli simili che costituiscono quello che oggi noi conosciamo come «teorema di Talete»: due triangoli i cui angoli sono uguali a due a due, hanno i lati proporzionali a due a due. Nella figura seguente, si tratta di misurare l'altezza verticale *h* del segmento [*AB*]. I triangoli *OAB e OA'B'* che hanno gli angoli uguali, hanno i lati proporzionali tra loro, ossia i rapporti *OA'/OA, OB'/OB e A'B'/AB* sono uguali.

Misurando le lunghezze *OA' e OA,* conoscendo l'altezza *A'B'* del bastone, se ne ricava l'altezza sconosciuta *h* (uguale a *AB)* a partire dalla relazione *AB/A'B' = OA/OA'* che si riscrive: *h = (OA/OA)* x *A'B'*. Un'ipotesi di dimostrazione della relazione *AB /A'B' = OA/OA'* è contenuta nella discussione tra Talete e Hori ai piedi della piramide, che riprende un passaggio del *Menane* di Platone (Platone,

vissuto due secoli dopo Talete, è una delle rare fonti che permettono di ricostruire, anche se parzialmente, che cos'era a quei tempi la matematica greca).

Dato che, nel caso di una piramide, i cui lati sono inclinati, non è possibile misurare direttamente la lunghezza *OA,* il Talete della nostra storia sceglie di aspettare che il sole si trovi esattamente di fronte a uno dei lati della piramide. In questo modo, la lunghezza *OA* a cui non ha accesso, si deduce dalla somma della lunghezza *OM* (che egli misura con Hori) e della lunghezza *MA,* anch'essa uguale alla metà del lato della piramide.



Dal punto di vista pratico, non è facile determinare l'istante in cui l'ombra creata dal sole è esattamente perpendicolare a un lato della piramide: non solo la direzione ortogonale a questo lato è difficile da conoscere, ma, inoltre, lo spostamento del sole nel cielo è molto più rapido di quanto si crede comunemente. Proprio in situazioni come quella al centro della nostra storia lo si può scoprire. Ovviamente, da grande astronomo qual era, Talete non si sarebbe fatto trarre in inganno.

Il fatto che il Talete della storia metta più cura nella misurazione di *OA'* che in quella di *OM* si spiega con la sua preoccupazione di limitare, nelle sue numerose misurazioni, gli effetti di inevitabili imprecisioni. È possibile dimostrare che nella formula $h = (OA/OA') \times A'B'$, un'imprecisione nel valore di *OA* ha meno influenza sul calcolo di *h* rispetto a un'identica imprecisione su quella di *OA'*. Per quanto riguarda la lunghezza *A'B'* della storia (cinque cubiti), essa è la sola a essere perfettamente nota, poiché definisce l'unità di misura delle lunghezze. I problemi legati all'imprecisione delle misure spiegano i dubbi che assalivano il Talete della storia al momento di tornare dal faraone: affascinante sulla carta, la misura della piramide, ottenuta con l'ausilio delle considerazioni geometriche che precedono, sicuramente nella pratica è molto delicata da effettuarsi in modo preciso.

Gli autori antichi che riferiscono della misurazione della piramide da parte di Talete affermano spesso che costui avrebbe applicato il teorema solo nel caso specifico dei triangoli isosceli, cioè quando l'ombra ha le stesse dimensioni della piramide. Questo suggerirebbe dunque che Talete abbia conosciuto il «suo» teorema solo in questo caso molto particolare. Questa opinione non solo non è condivisa da tutti gli autori antichi, ma in più è abbastanza poco realistica se si ammette che Talete ha effettivamente misurato la piramide a partire da un metodo geometrico. In effetti, se egli avesse aspettato che gli oggetti avessero la stessa altezza delle ombre, l'ombra della piramide non sarebbe stata parallela a uno dei suoi lati (salvo un caso molto particolare, che si verifica solo pochi giorni all'anno). Nella figura qui accanto, la linea *OA* pertanto non risulta più perpendicolare al lato della piramide e diventa

quantomeno difficile immaginare come Talete avrebbe potuto determinare la lunghezza *MA* (che non corrisponde più a metà di un lato) se non tramite un ragionamento sui triangoli che torna più o meno a utilizzare l'enunciato generale del teorema di Talete.

Precisiamo infine che il racconto precedente non ha la pretesa di essere una ricostruzione storica, di cui non ha sicuramente né la pertinenza né la coerenza. Si impongono qui le parole caute che Platone ha usato quando ha esposto la sua visione dell'universo: «Se qualcuno può parlarci di una forma più bella per questa costruzione, otterrà la vittoria e noi vedremo in lui non un nemico, ma un alleato».

A ruote libere

«Si tratta comunque della volontà del tuo prozio!».

Seduta sul letto del suo minuscolo appartamento, Claude osserva suo padre che è rimasto in piedi, con addosso il cappotto, e tortura il cappello senza sapere dove stare. L'occasione è troppo bella:

«Credevo di non essere in grado di diventare una brava scienziata», ironizza lei. «Me l'avete ripetuto fino allo sfinimento ancora non molto tempo fa. Invece, alla fine, una figlia alla scuola di ingegneria vi fa comodo?».

«Non riprendiamo per l'ennesima volta questa discussione» si difende il padre. «È vero che non sempre tua madre e io abbiamo capito il tuo punto di vista. Ma adesso, quel che è fatto è fatto. Abbiamo accettato la tua scelta».

Ma a fatica. L'aria risuona ancora di discussioni burrascose, l'idea che una figlia facesse studi scientifici era culturalmente inconcepibile per la famiglia. Raccogliendo tutto il suo coraggio, il padre fissa la figlia dritto negli occhi e le rovescia addosso le sue ultime argomentazioni:

«Claude, io e tua madre abbiamo bisogno di quel denaro. Se c'è modo di far funzionare uno degli aggeggi del bazar del prozio, tu sei l'unica che può riuscirci. Altrimenti, andrà tutto a quella smorfiosa di madame Pizelle e ai suoi orribili bambini che tu odiavi tanto».

Claude sa che accetterà. Studentessa in una rinomata facoltà di ingegneria, non le manca comunque il gusto del romanzesco, e la storia strampalata di quel testamento fa vagare la sua mente per un istante. Ricordi d'infanzia in campagna, strani odori nella cantina del prozio indaffarato su macchine tutte una più misteriosa dell'altra... In una certa maniera, forse è stato davvero il suo prozio ad aver suscitato in lei il desiderio di studiare ingegneria. «Ci penserò», conclude.

ooooo

L'esecutore testamentario è un professionista. Solo un occhio e un orecchio particolarmente allenati potrebbero cogliere il divertimento che gli procura quel bizzarro documento. Il testamento - spiega infatti il notaio - stabilisce che tutto quanto è appartenuto al prozio di Claude andrà a suo nipote solo se lui o qualcuno dei suoi parenti riuscirà, entro un anno, a far funzionare una delle sue invenzioni (gelosamente custodite sotto chiave). Se ciò non avverrà, la totalità dei suoi beni andrà a madame Pizelle, la sua vicina, «che tanto ha fatto per i bisognosi» secondo l'espressione contenuta nel documento e secondo l'immagine che la suddetta signora ha pazientemente inoculato nel prozio che era un tantino ingenuo. Il notaio usa parole

forbite, ma Claude e suo padre sanno perfettamente cosa aspettarsi dalle opere del loro parente defunto. Nessuna delle sue invenzioni ha mai funzionato. Frequentatore abituale del concorso per inventori *Lepine,* a Parigi, il prozio ne tornava immancabilmente a mani vuote. Chiunque avesse visto le sue invenzioni avrebbe capito perché: non solo erano raffazzonate, ma le teorie che presiedevano alla loro realizzazione raramente erano compatibili con le leggi della fisica. Anche se il personaggio, dal colorito decisamente rubizzo, aveva sempre avuto il suo posto al tavolo dei clienti abituali del bar del villaggio, nessuno aveva mai accettato di testarle.

Questo dunque era il suo punto debole. La clausola del testamento che prevede che si debba far funzionare una delle sue invenzioni «senza danni per nessuno e senza aiuti esterni» ha di che rendere pessimisti, tanto più che, ovviamente, non è autorizzata nessuna modifica sugli apparecchi, se non assolutamente secondaria.

«Si possono vedere le macchine?» chiede Claude, un po' irritata all'idea di barattare, anche se per poco, il suo statuto rispettabile di studentessa di ingegneria con quello di un Archimede Pitagorico, degna erede di colui che tutti hanno preso in giro per anni.

«Ma certo», risponde il notaio, depositario della chiave. «Vi accompagno».

La proprietà rurale del prozio, un grazioso rustico da cui si può sperare di ricavare una bella cifra, è stata lentamente ma inesorabilmente colonizzata dai rampicanti. La cantina è chiusa da una pesante porta dietro la quale le opere del prolifico inventore aspettano solo un occhio compiacente per rivelarsi in tutto il loro splendore. Bisogna dare una spallata alla porta di legno, dilatata per l'umidità, per riuscire ad aprirla ed è il padre di Claude, fino a quel momento rimasto in disparte, che se ne occupa. Un leggero odore di muffa si diffonde nell'aria.

Una volta accesa la luce, agli occhi dei tre visitatori si svela un disordine inverosimile. Il padre, più imbarazzato che mai, fa finta di essere occupato, tirando fuori dalle tasche dei foglietti di carta. Claude, interdetta, va alla scoperta di quel bazar. Il notaio, che tra i tre è di gran lunga quello maggiormente a suo agio, assume il ruolo di guida e, conservando sempre più a fatica la necessaria compostezza imposta dalla sua professione, comincia a illustrare alcune delle produzioni presenti:

«Quando suo zio ha redatto il testamento, mi ha mostrato le invenzioni su cui faceva più assegnamento e mi ha incaricato di essere un giudice imparziale per stabilire se quello che lei avrebbe fatto di una di esse giustificasse il fatto di destinarle i suoi beni... Questa è una *cronocicletta,* un insieme di ruote che, se ben congegnate, dovrebbero permettere di realizzare il moto perpetuo. Suo zio mi ha assicurato più volte che nutriva molte speranze per questa invenzione, sulla quale ha lavorato a lungo. Passiamo ora all' *orologio antropico,* che ha la funzione di segnare quella che suo zio definiva «l'ora biologica» di ogni individuo. Infilando il braccio in questa apertura e misurando il battito del polso, suo zio pensava...».

E il notaio prosegue, presentando successivamente l'*ortocipede,* una bicicletta con le ruote quadrate, «più economiche delle banali ruote rotonde ed esenti da molti problemi tecnici di fabbricazione», il cucchiaio con cuscinetto a sfere, che deve consentire di recuperare la totalità dei resti del contenuto di un vasetto di yogurt, e altri meccanoscopi dalle finalità non identificate. A parte la luce troppo debole e

l’odore di muffa, si potrebbe pensare di trovarsi durante una visita guidata del castello di Clos-Lucé, dove sono raccolte le invenzioni di Leonardo da Vinci.

«E questo, che cos’è?», chiede Claude indicando il primo oggetto a portata di mano.

Il tono è volutamente sgarbato. Dall’inizio della visita, il notaio le volta le spalle per rivolgersi unicamente a suo padre.

«Vi presento la *draconetrice»,* riprende il notaio con un tono da imbonitore di fiera. «Si tratta di un meccanismo a ingranaggi destinato a fare il nodo alle stringhe delle scarpe. Non è ancora a punto ma, ne siamo certi, un giorno si rivelerà estremamente utile se lei riuscirà a farla funzionare».

In circostanze normali le sarebbe venuto da ridere, ma in quel momento Claude è presa da uno slancio di tenerezza verso il suo prozio scomparso. Il mondo dà poco spazio ai teneri sognatori che vivono in un universo in cui svuotare completamente un vasetto di yogurt diventa una questione vitale, in cui le ruote delle biciclette sono quadrate e le stringhe delle scarpe si allacciano da sole. La *draconetrice...* sembra il nome di un animale leggendario, e se c’è una cosa che Claude apprezza in quello che sta scoprendo, è il modo in cui il suo prozio ha chiamato le sue macchine. Anche se la loro etimologia è oscura, la poesia di tutti quei neologismi avrebbe meritato un premio. Ma non al concorso Lepine...

ooooo

Padre e figlia non dicono una parola. Il rumore della pioggia sul cofano e lo stridio dei tergicristalli riempiono da soli il silenzio che pesa all’interno dell’automobile.

«Allora, che cosa ne pensi?» si azzarda a chiedere il padre.

«Penso», sbotta Claude, «che è stato dimostrato che il moto perpetuo è impossibile, che il ritmo cardiaco da solo non è in grado di spiegare il meccanismo dell’orologio biologico e infine che la forma quadrata è inadatta al buon funzionamento di una camera d’aria. E penso anche che avrei potuto dirtelo perfino senza aver studiato ingegneria».

«Significa che... abbandoni? Già adesso?».

Claude mantiene un cauto silenzio. Sono state sollecitate unicamente le sue competenze di futuro ingegnere, interamente rivolte ai software di elaborazione dei dati, ai test sulla resistenza dei materiali e le misurazioni al laser di parti metalliche. In questo universo moderno c’è poco posto per i piccoli lavoretti di un pazzo innocuo, ma può comunque rinunciare così in fretta? Basterebbe che uno di quei macchinari, uno solo, si rivelasse all’esame un po’ meno strampalato degli altri e Claude avrebbe l’indescrivibile felicità di veder cambiare l’espressione dello sguardo di suo padre su di lei.

ooooo

Da generazioni, il corso di geometria analitica del professor Moseillant è considerato il più noioso del programma del secondo anno. L’insegnante, per quanto non sia il più brillante dei pedagoghi, non è il principale responsabile: il vero

problema è che deve insegnare la matematica pura.

«Pura», cioè il contrario di «applicata». Inutile, quindi.

È risaputo: le belle teorie non servono a niente e solo il senso pratico permette di progredire. Facendosi scudo di questa logica, la maggior parte degli studenti considera una perdita di tempo seguire le lezioni del professor Moseillant. Il professore può quindi contare solo sulla presenza di un pugno di irriducibili, tra cui Claude che, pazientemente, finge di capire le sottigliezze nascoste dietro lo studio di astroidi (niente a che vedere con gli asteroidi), concoidi e altri cicloidi.

«... e se chiamiamo γ l'arco verificando la proprietà seguente: il solido *ABCD* con baricentro O si muove su di essa senza scivolare in modo che l'ordinata del punto O(t) rimane costante quando t varia, allora γ è il prolungamento per continuità e periodicità di un arco di catenaria; la lunghezza dell'arco è la stessa di quella di *[AB]* e le due semitangenti in ogni punto di non-derivabilità formano tra loro un angolo di $\pi/2$. La dimostrazione di questi risultati è la seguente...».

Gli studenti non ascoltano più. Alcuni tirano fuori qualcosa da leggere, altri guardano fuori dalla finestra. Claude, invece, si mette a discutere con un ragazzo seduto vicino a lei:

«Ma che cos'è, questo pezzo di catena?» le chiede lui per fare lo spiritoso.

«Catenaria», rettifica Claude. «È il coseno iperbolico, credo che sia qualcosa del genere», aggiunge senza molta convinzione, facendo un brutto scarabocchio.

«E un arco che cos'è, secondo lui?».

«Non lo so, chiediglielo».

Nessun altro studente che avesse frequentato Moseillant per più di due settimane avrebbe preso alla lettera questo suggerimento. Chiedere delle spiegazioni significava, nella migliore delle ipotesi, doversi sorbire lunghi «chiarimenti» ancora più ingarbugliati della spiegazione originale e, nel peggiore dei casi, sentirsi ricordare che è già stato tutto spiegato in una lezione precedente. Insomma, per Claude si tratta soprattutto di far capire al suo interlocutore che da un bel po' ha rinunciato a capire la lezione.

«Archi di catenaria... movimento a velocità costante... distanza fissa...».

Claude rivolge un pensiero al prozio.

«Senti, André», sussurra ancora al suo vicino, «supponiamo che io indossi una tuta metallica e dei pattini a rotelle e che tenga all'estremità di una canna da pesca una calamita molto potente. Verrò attirata dalla calamita e quindi inizierò a muovermi. E perché non all'infinito se continuo a tenere la canna con le braccia tese?».

«La signorina sta forse inventando il moto perpetuo? Vi attirate entrambi, tu e la calamita. Conclusione: o tieni a distanza la calamita e restate immobili a guardarvi come due statuine, oppure rilassi le braccia e avanzate entrambi uno verso l'altro, fino a ritrovarvi appiccicati. Principio di azione e reazione. Corso di meccanica del primo ciclo».

Implacabile. Senza saperlo, lo studente ha appena buttato definitivamente nell'immondizia la magnetomobile del prozio.

«Che cosa avete da discutere, voi due?».

Claude e André, contemporaneamente, si voltano di scatto verso la direzione da cui Moseilland sta celebrando. Dall'ultima volta in cui l'hanno guardata, la lavagna si è

oscurata di formule diverse, che si accavallano e si sovrappongono talmente che è impossibile sapere dove le cose iniziano o finiscono.

«Volevo solo chiederle se può fare un disegno» dice Claude a sua difesa.

Ovviamente, il professore non crede a una parola. Tuttavia, si mette di buon grado a cancellare parte dei segni cabalistici su un angolo della lavagna per disegnare una figura, suscitando dei moti di disapprovazione nell'aula: Moseillant ha appena cancellato gli ultimi calcoli, e chi cercava di copiarli non è riuscito a farlo completamente.

L'insegnante non è dotato per il disegno. Si limita perciò a rappresentare una serie di gobbe diverse, affermando che si tratta della forma della famosa curva γ.

«Ci sta facendo un cammello?» scherza André all'orecchio di Claude. «O forse è un dromedario. Non mi ricordo mai quante gobbe hanno. Ah, sì: «cam-mel-lo», tre gobbe; «dro-me-da-rio», quattro gobbe. Accidenti, non funziona: nel suo disegno ce ne sono cinque ».

«E il solido *ABCD?»* chiede Claude per portare fino in fondo la sua bugia, ignorando ancora una volta le battute del vicino.

«Ebbene», spiega l'insegnante, «se voi uniformate le sue dimensioni e mettete un punto di inflessione all'origine, allora con $t = 0$ il punto A è all'origine, il punto C alla sua perpendicolare con $\sqrt{2}$ come ordinata, i punti C e D sono simmetrici l'uno all'altro intorno all'asse delle γ e le loro coordinate sono...».

È ripartito.

«A cosa serviva, la tua storia della canna da pesca?» chiede André, con gli occhi che brillano maliziosamente.

Claude decide che è più divertente raccontare la sua storia che far finta di seguire la lezione sugli archi di catenaria.

ooooo

Il suono del telefono sveglia Claude dal dolce torpore che la prende a tradimento quando cerca di ripassare.

«Il notaio mi ha contattato di nuovo a proposito del testamento», spiega suo padre all'altro capo del filo. «Non gli siamo sembrati entusiasti all'idea di fare quello che il tuo prozio si aspetta da noi. Mi ha quindi chiesto se intendiamo rinunciare subito, per poter così concludere l'esecuzione del testamento e versare tutto a madame Pizelle».

È evidente che si tratta di una bugia.

La ragazza si sforza di svicolare, il padre tenta invano di indovinare i suoi pensieri.

La penna di Claude si anima nella sua mano, sottolineando i punti importanti della lezione e correggendo qualche refuso. All'improvviso si blocca. Stupefatta da quel che vede, Claude non ascolta più suo padre.

«Ci sei ancora?» sente alla fine nella cornetta.

«Papà, ti richiamo».

Qualche minuto dopo, il suo piano è approntato.

ooooo

Come spesso accade, André è seduto a un tavolo con qualche altro studente, e tutti tengono in mano delle carte il cui formato indica che stanno giocando ai tarocchi.

«André, ho bisogno di te, subito», grida Claude stupidamente.

Ovviamente è troppo tardi per aggiustare il tiro e il giocatore chiamato in causa si alza dalla sedia tra fischi continui e frasi non molto raffinate. Del resto, non gli dispiace essere interpellato da Claude, qualunque sia il motivo.

André, come la maggior parte degli studenti, non ha ripassato la lezione di Moseillant e quindi ha solo un ricordo molto confuso del suo contenuto, anche se si ricorda della sua battuta sui dromedari a quattro gobbe. Un sorriso falsamente increspato dal dolore risponde a Claude che pone come condizione a qualsiasi spiegazione un ripasso comune dell'ultima lezione. Ma qualche decina di minuti più tardi, il sorriso diventa franco e insieme stupito. Lo studente non riesce a capacitarsi. In tutti i suoi studi, poche lezioni gli hanno procurato quella sensazione di arrivare alla radice delle cose ed è veramente incredibile che la lezione di Moseillant sia una di quelle.

ooooo

Moseillant non crede alle sue orecchie. La sua coscienza professionale è orgogliosa di constatare che finalmente c'è qualcuno che si interessa al suo corso, ma una piccola voce dentro di lui gli ricorda anche che tutto ciò gli procurerà del lavoro supplementare:

«Potreste anche limitarvi a portare la prova che la cosa si può fare», suggerisce. «Precisando e completando quello che abbiamo fatto a lezione. Per il resto, sono considerazioni pratiche senza particolare interesse. Se fate la vostra tesina di fine anno sull'argomento, ciò vi darà modo di convincere tutti che...».

Ma Claude resta inflessibile:

«No, bisogna farlo davvero. Una dimostrazione matematica non convince nessuno».

André, seduto accanto a lei, ride dentro di sé mentre Claude si accanisce a convincere l'insegnante reticente.

«Il problema di una realizzazione empirica», aggiunge Moseillant, «è che bisognerebbe pagarla. Magari i costi non sarebbero eccessivi, ma si tratta di una questione privata e non mi ci vedo a spiegare al preside che...».

«Potremo riutilizzarla per la giornata Porte Aperte», ribatte Claude, che ha previsto tutto. «Sono sicura che divertirà i visitatori. Potremmo anche prestarla, farla vedere nelle scuole. Per una volta che la matematica serve a qualcosa, io...».

«E va bene, va bene...».

L'insegnante porta una mano alla fronte in segno di prostrazione. Inutile lottare, quei due furbacchioni non molleranno la presa. Sente se stesso dire: «D'accordo», non senza rimpianto.

Qualche settimana dopo, i due futuri ingegneri presentano la loro tesina di fine anno a un pubblico conquistato dalla loro realizzazione assolutamente insolita. Ma già Claude non vede l'ora di mostrare il frutto del suo lavoro a un'assemblea il cui giudizio avrà tutt'altra portata.

ooooo

Nell'aria fresca del mattino, un piccolo gruppo attende con impazienza.

Nel paese del prozio di Claude, nessuno ha mai creduto per un secondo che qualcuno potesse far funzionare una delle sue invenzioni. Meno che mai una ragazza. Perciò, quando Claude ha comunicato al notaio l'intenzione di mostrargli come una di loro potesse funzionare, molti abitanti del villaggio, incuriositi e scettici allo stesso tempo, si sono radunati nel luogo dell'appuntamento. Dopo qualche minuto, vedono un veicolo spuntare dalla curva e fermarsi al limitare della piccola piazza. Tra i due ragazzi che scendono, il gruppo di curiosi riconosce solo la ragazza. Claude abbraccia suo padre, rimasto in disparte, mentre André scarica del materiale misterioso, composto da pezzi di legno tutti uguali che posa per terra e assembla gli uni agli altri per formare un cerchio di qualche metro di diametro che occupa buona parte della piazza del paese. Ogni pezzo, delle dimensioni di un grosso cavolfiore, sembra una porzione di cilindro tagliata nel senso della lunghezza. Appoggiato per terra su un fianco, ogni elemento forma la maglia di una vera e propria collana di gobbe. «Sembra il bordo esterno di un tutù», pensa il padre di Claude, un po' nervoso.

Quando la costruzione è a posto, Claude torna all'automobile per prendere il pezzo principale del suo dispositivo e lo estrae sotto gli occhi dei presenti sempre più curiosi;

«Come sapete», comincia Claude, con un leggero tremolio nella voce, «il mio prozio era un appassionato inventore, ma il fatto che ignorasse alcune leggi fisiche, in particolare delle leggi della meccanica, gli ha impedito di esprimere totalmente il suo talento. I miei studi di ingegneria mi hanno permesso di riesaminare le sue invenzioni con un occhio diverso e oggi posso affermare che una di esse era operativa senza che egli lo sapesse: sto parlando *dell'ortocipede,* che, come indica il nome, è una bicicletta costituita da ruote quadrate».

Naturalmente è presente anche Madame Pizelle, che aspetta con impazienza la scadenza del termine imposto dal prozio ai suoi discendenti per entrare in possesso dell'eredità. Ella tenta di guadagnare alla sua causa i vicini, mettendo in ridicolo i discorsi della ragazza ma, almeno per il momento, la curiosità degli spettatori ha la meglio e le sue parole cadono nel vuoto.

«Viaggiando su una bicicletta comune», prosegue Claude, «un ciclista ha bisogno di una pista piatta. Quando la pista ha dei dossi, la forma rotonda delle ruote provoca dei sobbalzi, perché il centro delle ruote, che è solidale con la bicicletta nel suo complesso e con il corpo del ciclista, si alza a ogni dosso e si abbassa a ogni buca. Nel caso di una bicicletta con le ruote quadrate, la situazione è diversa: su una pista piatta, non solo è difficile far girare le ruote, ma anche se ci si riuscisse, il guidatore è sottoposto a bruschi cambiamenti di altezza ogni volta che fa fare un quarto di giro alle sue ruote quadrate».

Sentendosi sicura di sé, nonostante gli sguardi che stanno diventando dubbiosi, Claude avvicina l'ortocipede alla pista di legno.

«Il bordo della pista che vedete», spiega, «disegna una curva disegnata appositamente per l'ortocipede, realizzata sulla base di considerazioni matematiche

che mettono in gioco gli “archi di catenaria”. La geometria analitica consente di dimostrare che una bicicletta con le ruote quadrate può procedere lungo questa pista come una bicicletta normale procede su un terreno pianeggiante. Nonostante la natura angolosa delle ruote, avanzare con l’ortocipede su questa pista non causa alcun fastidio al ciclista — o bisogna chiamarlo “ortista”? — perché il centro delle ruote resta sempre alla stessa altezza e il corpo della bicicletta non subisce quindi né salite né discese inopportune. Non sono molto abile come ciclista, ma posso facilmente mostrarvi che quel che dico è vero».

Afferrando l’ortocipede per il manubrio, Claude lo posa delicatamente sulla pista, l’«ortodromo», come lei e André l’hanno ribattezzata. Ma ha davvero intenzione di *far girare* una bicicletta con le ruote *quadrate?* Nel momento stesso in cui Claude si accinge a farlo, nessuno ci crede. Ma quando l’aggeggio inizia il suo primo giro di pista, i testimoni vengono improvvisamente conquistati dalla magia dello spettacolo. Tutti gli occhi si fissano freneticamente su una parte poi l’altra di quella scena straordinaria: le mani di Claude restano invariabilmente alla stessa altezza, la bicicletta non subisce alcuna deformazione, le ruote sono sempre quadrate, eppure...

Eppure girano!

Alcuni spettatori pensano in un primo momento che si tratti di un’illusione ottica. Altri, altrettanto incapaci di farsi una rappresentazione razionale del fenomeno, hanno per un attimo la sensazione che quella strana bicicletta sia leggermente elastica, che si restringa e poi si distenda adattandosi all’altezza dei dossi della pista. E poi, progressivamente, gli sguardi imparano a credere all’incredibile. La rigidità della bicicletta, innanzitutto, ben presto non è più messa in dubbio da nessuno: il manubrio, il portabagagli, la sella, il centro delle ruote... tutte queste parti formano un insieme sotto ogni aspetto simile a una comunissima bicicletta.

Restano la strana pista piena di dossi, le ruote quadrate e la variazione regolare dell’inclinazione dei suoi lati. Dossi, ruote quadrate: due aberrazioni senza le quali lo spettacolo sarebbe assolutamente banale. Due incoerenze la cui unione, contro ogni attesa, genera armonia.

Ma come? Claude deve fare parecchi giri prima che gli occhi increduli mettano realmente a fuoco la spiegazione di tutto: il punto di contatto di ogni ruota con la pista e l’inclinazione dei lati delle ruote quadrate.

Quando una ruota si trova sulla cima del dosso, il lato che è a contatto con la pista è perfettamente orizzontale. Questo lato si inclina in seguito man mano che l’ortocipede avanza e il punto di contatto si sposta in avanti. Se la ruota fosse rotonda, la bicicletta scenderebbe lungo il dosso; ma dato che è quadrata, man mano che essa gira e che il punto di contatto avanza lungo il lato, lo scarto tra questo punto di contatto e il centro della ruota (con cui è solidale la totalità della bicicletta) aumenta in modo da compensare esattamente la discesa della pista. Miracolo di questo ortodromo i cui dossi sono perfettamente calibrati sulle dimensioni delle ruote: l’altezza dell’ortocipede non cambia!

La ruota gira, gira... Il punto di contatto continua ad avanzare lungo il lato della ruota e raggiunge in breve l’angolo del quadrato. In quel preciso istante, il punto di contatto corrisponde, sulla pista, al punto di congiunzione tra due dossi. Momento cruciale in cui si produce il ribaltamento: senza il benché minimo sobbalzo, il lato

della ruote adiacente a quello fino ad allora a contatto con la pista gli succede nel momento in cui la ruota inizia l'ascensione del secondo dosso. Il punto di contatto si avvicina al centro del nuovo lato man mano che la salita procede. Come la discesa della pista era poco prima compensata dall'allontanamento crescente dal punto di contatto al centro della ruota, allo stesso modo la salita è a sua volta annullata dall'avvicinarsi del punto di contatto al centro della ruota. Alla fine, il vertice del dosso è raggiunto. Il lato che è in contatto con la pista è perfettamente orizzontale: il cerchio è chiuso.

Il manubrio, nonostante la mano un po' tremante della guidatrice, non cambia altezza durante tutto il giro della pista. L'ortocipede del prozio non è stato minimamente modificato e Claude l'ha fatto funzionare senza rischi: la clausola del testamento è rispettata.

Il padre di Claude è il primo ad applaudire.

ooooo

«Non sono un'abile ciclista, ma posso comunque farvi vedere...» André scimmiotta Claude, una volta che tutti sono andati via.

«Oh, smettila! Certo non gli andavo a dire che ho dovuto allenarmi per due giorni per riuscire a far avanzare quell'affare senza deviare dalla traiettoria giusta. Macchina infernale! Quando è sulla pista, il minimo colpo di traverso al volante e patatrac! Avrei fatto proprio una bella figura, a cadere per terra davanti a tutti!».

La spiegazione è inutile. André ha visto Claude sforzarsi per una settimana a salire sull'ortocipede e sbattere la faccia in terra a ogni tentativo.

«La pista per ruote quadrate! Tutto ciò funziona meglio nel corso di Monseillant!» scoppia a ridere.

Sorride alla sua compagna, che ricambia il sorriso.

«Da quando me ne hai parlato», riprende su un tono più serio, «ho cercato tanto di immaginarmi il tuo prozio. Ho l'impressione che la gente non lo capisse, che lo considerasse un sognatore, mentre era un creatore. Per poter creare nel suo modo particolare, c'era un solo sistema: studiare, come noi. Quando era giovane lui, in questo piccolo villaggio, chi avrebbe potuto immaginare di quale tipo di sostentamento aveva bisogno il tuo prozio?».

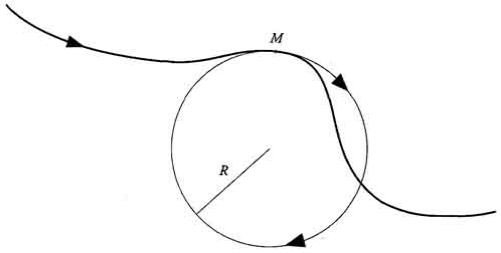
I due ragazzi si rendono conto della loro fortuna; e in quel momento sanno che si baceranno.

Appendice

Se i greci dell'antichità hanno posto le basi del ragionamento matematico, è soprattutto in geometria che si sono resi illustri, spingendo le loro conoscenze a un livello di raffinatezza assolutamente esemplare. Tuttavia, i matematici dell'epoca si sono soprattutto limitati allo studio delle figure che si possono costruire servendosi di una riga e di un compasso. Anche se la Grecia antica ha avuto la sua parte di precursori (il più insigne dei quali è Archimede), bisogna aspettare il XVII secolo per veder emergere un nuovo punto di vista: quello della geometria *analitica.* Per semplificare, il lavoro fondamentale della geometria analitica consiste nello studio delle curve ottenute a partire da *costrizioni,* che possono assumere forme molto diverse e avere natura sia fisica (evoluzione della posizione di particelle che si attirano reciprocamente secondo una determinata regola) che pratica (traiettoria di una nave che segue una rotta fissa) o anche estetica (scelta della forma della Tour Eiffel). Nella maggior parte dei casi, le curve ottenute sono molto diverse dalle rette e dalle circonferenze della geometria classica.

Storicamente, le prime curve studiate con l'ausilio della geometria analitica sono state costruite a partire da dispositivi meccanici. La cicloide, per esempio, è la curva disegnata da un chiodo conficcato su una ruota (rotonda) che gira su un terreno piatto: la costrizione meccanica a cui è sottoposto il chiodo lo «obbliga» a disegnare una cicloide. Una curva come la cicloide si esprime matematicamente con una *rappresentazione parametrica,* cioè tramite le coordinate del chiodo in funzione del tempo. Se, per una curva come la cicloide, la costrizione si esprime per mezzo di considerazioni geometriche tutto sommato abbastanza semplici e che permettono di trovare abbastanza facilmente una rappresentazione parametrica, le cose sono ben diverse per la maggior parte delle altre curve. La *clotoide,* citata nel *Prologo, è* tra queste.

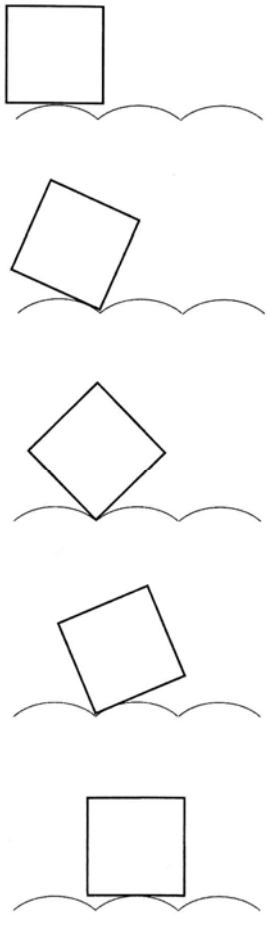
La costrizione che definisce la clotoide riguarda la sua *curvatura.* Materialmente, la curvatura in un punto *M* di una curva è determinata, per un guidatore che procede lungo questa curva, dall'inclinazione del suo volante nel momento in cui arriva a *M* («più la ruota gira» all'altezza di M, e più la curvatura nel punto *M* è forte). Più precisamente, se denominiamo R il raggio del cerchio descritto dall'automobile se il suo guidatore, arrivando in *M* seguendo la curva, blocca il volante (rischiando di uscire di strada), allora la curvatura della curva al punto M è data dal valore $c=1/R$.



Una volta trasformata in valori matematici, la costrizione che fissa la forma della clotoide prende la forma di *un'equazione differenziale,* che collega le coordinate del veicolo alla sua velocità e alla sua accelerazione. La soluzione di un'equazione differenziale non è un numero, come nel caso di un'equazione semplice, ma la rappresentazione parametrica di una curva. L'equazione differenziale della clotoide presenta un problema: per ragioni teoriche complesse, non la si può risolvere esplicitamente, ossia non esiste una rappresentazione para-metrica «semplice» (in un senso che dovremmo spiegare, ma che ci porterebbe troppo lontano). Di conseguenza, ci si deve accontentare di una soluzione approssimativa dell'equazione differenziale. L'*analisi numerica* è la disciplina che fornisce gli strumenti per trovare questa soluzione approssimativa. Questo ramo relativamente recente della matematica ha acquisito un posto di primaria importanza nella scienza odierna dalla comparsa dell'informatica, che consente di fare dei calcoli molto complessi che è importante fare in modo efficace.

In confronto con quelli posti dalla cicloide e della clotoide, il problema di trovare la curva su cui può procedere senza scosse una bicicletta con le ruote quadrate presenta un livello intermedio di difficoltà. Come nel caso della clotoide, bisogna passare attraverso un'equazione differenziale, che però può essere risolta. Il «film» del movimento della ruota quadrata sulla pista è illustrato alla pagina seguente.

In teoria, i dossi che si susseguono sulla pista per ruote quadrate devono essere allineati uno di seguito all'altro. In pratica però, si può immaginare senza problemi che questi dossi non seguano esattamente una linea retta, il che permette di ottenere una pista che si richiude su se stessa: è questa la disposizione «a tutù» della storia precedente, che permette alla bicicletta con le ruote quadrate di procedere all'infinito.



Di fatto, il problema della costruzione della pista non è esattamente lo stesso di quello della determinazione della sua rappresentazione parametrica; infatti, nella nostra storia, alla fine conta solo la sua realizzazione materiale. In un certo qual modo, si tratta del problema inverso ai precedenti: trovare una costrizione meccanica da far seguire a una matita per farle tracciare una curva precedentemente scelta. Quando si vuole tracciare una parte di circonferenza, per esempio, la soluzione consiste nell'utilizzare un compasso. Tolto questo esempio, la questione spesso è di difficile esecuzione. Un'illustrazione particolarmente significativa di questa complessità è la problematica del tracciato di una linea retta: incredibilmente si è dovuto attendere Charles Nicolas Peaucellier, un ingegnere militare francese della fine del XIX secolo, per disporre di un'apparecchiatura che permettesse di tracciare delle rette geometriche perfette! Certo l'«inversore di Peaucellier» non utilizza propriamente la geometria analitica; tuttavia, la rappresentazione parametrica di una curva può essere preziosa per la ricerca di un mezzo meccanico in grado di effettuarne il tracciato. Per

esempio, per la pista per ruote quadrate, teniamo in mano una collana, reggendo un'estremità per mano: effettuando un rovesciamento (dovete mettervi a testa in giù), per un caso di cui i matematici conoscono il segreto, la forma della collana corrisponde a quella di un arco della pista (il famoso coseno iperbolico tanto caro al professor Moseillant). Di questo fatto non ci si può convincere se non constatando che le rappresentazioni parametriche di due curve sono identiche.

La realizzazione materiale di una bicicletta con le ruote quadrate che procede su una pista adeguata è stata compiuta per la prima volta dal matematico Stan Wagon, nel 1998. Egli si è trovato ad affrontare il problema citato alla fine della nostra storia, cioè che deboli deviazioni dalla traiettoria giusta sono suscettibili di far inceppare rapidamente il meccanismo. Pertanto è poco realista immaginare qualcuno che viaggia davvero su una bicicletta con le ruote quadrate. Stan Wagon ha aggirato la difficoltà costruendo non un due-ruote ma un tre-ruote, con due spesse ruote quadrate davanti e una ruota quadrata dietro. Un tale dispositivo permette di evitare qualsiasi perdita di equilibrio e quindi qualsiasi deviazione inopportuna.

La prigione verde

Il buio avvolge la catapecchia in rovina. I tre uomini sono seduti intorno al vecchio tavolo su sedie di legno traballanti. Alla luce fioca di una lampadina, i visi si osservano. Lucas, il capo, lancia degli sguardi alternativamente sull'uno e sull'altro dei suoi uomini con la sua espressione sempre impercettibilmente minacciosa. Una seconda natura, un'abitudine destinata a ricordare a Kevin e a Mouloud che è lui l'unico padrone. Costoro, ognuno con la metà degli anni del loro capo, non sanno cosa fare né dei loro occhi né delle loro mani.

Quei minuti silenziosi sono i primi momenti non programmati di quella giornata. Hanno un po' di tempo a disposizione. Un po'. Qualche decina di minuti al massimo per riprendere le forze, fare i conti e sparire. Lontano. *Lontano!*

Tutto sarebbe andato alla perfezione se non ci fosse stato quel tizio che aveva voluto fare l'eroe durante l'assalto. Ricordare quel fatto è doloroso soprattutto per Mouloud. Rivede la scena in tutti i particolari, quei pochi istanti imprevisti che hanno fatto vacillare la sua determinazione. Perché in effetti pericolo non ce n'era. Certo, quell'uomo aveva voluto intromettersi. Si era posto intenzionalmente davanti alla pistola del capo e aveva cominciato a far loro la predica. Mouloud l'aveva subito odiato. Quel tipo in giacca e cravatta, pieno di sé, così fiero di fare il suo numero davanti a tutti! Una breve occhiata all'orologio aveva segnalato al capo che non c'era tempo da perdere, il colpo era partito e Mouloud non saprà mai se Lucas aveva voluto uccidere o semplicemente ferire.

Sul momento, Mouloud non si era affatto preoccupato di quanto era accaduto a quell'uomo. Ma quando costui si era aggrappato a lui mentre crollava a terra, lo sguardo terrorizzato e implorante un ultimo soffio di vita, Mouloud aveva capito fino a che punto è orribile la morte. Era colato del sangue, che era finito sui suoi vestiti. Sarebbe mai riuscito a toglierne le tracce?

Commettere una rapina non aveva assolutamente turbato la sua coscienza: per lui, la società che l'aveva parcheggiato definitivamente in un ghetto di periferia non meritava che si rispettassero le sue regole. Ma uccidere qualcuno... ecco una cosa che non gli era mai venuta in mente, nemmeno durante le numerose risse a cui aveva partecipato.

«Non avresti dovuto sparare», si azzarda a dire alla fine, rivolto al suo capo.

«Chiudi il becco», replica quest'ultimo, come uno schiaffo. «Chi vuole il fine si deve prendere anche i mezzi».

Le ultime ore hanno fatto venire a Lucas i nervi a fior di pelle. Quella poca pazienza di cui è capace è sparita, quindi doversi giustificare davanti a quel ragazzino per lui rappresenta davvero un grosso sforzo. Naturalmente Lucas avrebbe fatto

volentieri a meno di quell'evento fastidioso durante l'operazione che aveva preparato con tanta cura. Ma per la sua fuga ha previsto tutto. La polizia non lo prenderà mai, quindi è inutile chiedersi quanti anni supplementari di prigione potrebbe costargli il suo gesto.

Kevin, l'ultimo dei tre, resta in silenzio. Arruolato qualche mese prima dal capo contemporaneamente a Mouloud, pensa che una lite tra quest'ultimo e Lucas può tornargli utile. Kevin pensa soprattutto ai soldi. Il grosso sacco posato in mezzo al tavolo, da cui è così difficile staccare gli occhi. Un sacco di banconote... Kevin non si chiede nemmeno quante ce ne sono: «molte» è una risposta sufficiente. Il capo avrà la parte più grossa, lui e Mouloud si divideranno il resto. Che importa: finalmente potrà andarsene, vedere qualcosa di diverso dal suo quartiere miserabile e senza futuro.

«Potremmo accendere la radio per sapere se è morto» azzarda ancora Mouloud.

Il capo acconsente:

«Kevin, dev'esserci una radio in fondo alla stanza accanto».

L'interpellato esegue.

La polvere, proprietaria incontestata della vecchia fattoria disabitata da anni, fa sentire ancora di più la sua presenza a ogni movimento umano. Si sente Kevin frugare nella stanza, rovesciare quelli che sembrano dei mucchi di giornali, poi gridare:

«Qui non c'è niente. Ma sì, invece: c'è un fucile da caccia!».

A queste parole, il capo fa un balzo dalla sedia e si precipita nella stanza inveendo contro Kevin:

«Mollalo! Vi ho vietato di toccare le armi!».

In fondo alla stanza, Kevin non ha toccato l'oggetto, si limita a contemplarlo avidamente. Il capo si avvicina, si assicura che il fucile non sia carico, guarda intorno all'arma per trovare eventuali munizioni, poi ammette:

«È vero, qui non c'è nessuna radio. Strano, pensavo che...».

Si sente sbattere una portiera, e subito dopo il rumore di un motore che si avvia.

«Quel bastardo!» urla il capo correndo nell'altra stanza.

Mouloud se n'è andato portandosi via il bottino. Non c'è un attimo da perdere. Il capo e Kevin si precipitano a bordo dell'altra automobile. Hanno un po' di ritardo rispetto a Mouloud, ma lui non conosce quella zona di campagna in cui si trovano. Non ha nemmeno la patente, ma questo non gli impedisce di correre a rotta di collo.

La decisione di Mouloud è stata così improvvisa da lasciare sorpreso lui per primo. Corre, il tachimetro bloccato al massimo delle possibilità del motore. Dove lo porterà questo cambiamento di rotta nel suo destino? Non ha avuto il tempo di chiederselo, ma una parte di lui sa già che andare alla polizia è l'unica via di uscita.

Il sangue, la morte nello sguardo di quell'uomo... Mouloud si sforza di scacciare quei pensieri che danzano davanti ai suoi occhi come delle furie e che gli fanno quasi perdere il controllo dell'auto.

Il suo capo ha smesso di essere un oggetto di ammirazione. Non avrebbe dovuto sparare, un bel colpo in testa con il calcio della pistola sarebbe bastato. Nel momento in cui i suoi complici si sono allontanati, perché le regole intangibili fissate da Lucas riguardo alle armi gli hanno fatto dimenticare per un attimo di tenere gli occhi fissi sul bottino, è stato il fantasma dell'uomo che giaceva a terra a ordinare a Mouloud di prendere quella decisione irreversibile.

Si sentono dei colpi: il capo e Kevin si sono avvicinati abbastanza per poter sparare con qualche possibilità di prenderlo. Fortunatamente per Mouloud, il capo guida mentre utilizza l'arma. Può quindi riuscire a mantenere un certo vantaggio, malgrado le sue scarse capacità di guidatore.

Non durerà. Bisogna trovare qualcosa, un mezzo per sbarazzarsi dei suoi inseguitori. Quella è la strada da cui è arrivato, accompagnato dal capo nell'altra auto, mentre Kevin seguiva con questa. Che cosa c'è su quella strada? Campi, campi, ancora campi e anche...

Pam! Un proiettile fa centro, una ruota dell'auto di Mouloud scoppia. Il giovane guidatore sterza come può, finisce in una strada appena più larga della sua auto e perde il controllo del veicolo che, qualche metro più avanti, va a incastrarsi contro un'alta staccionata che cede per l'impatto.

Il dio dei ladri ha dato prova di indulgenza: Mouloud non è ferito. Ma è inutile sperare di far ripartire l'auto. Mouloud si precipita fuori con l'istinto di prendere il bottino, poi corre dritto davanti a sé per rifugiarsi in un campo di alti arbusti folti e fitti. Si ricorda di aver visto quel posto, all'andata: sa dove si trova. Sente dietro di lui l'orribile stridio dei pneumatici dell'altra auto che ferma la sua corsa.

Due proiettili sibilano nella sua direzione. Ha appena il tempo di infilarsi nel suo nascondiglio.

ooooo

Il capo e Kevin scendono precipitosamente dall'auto. Il capo spara una, due volte: troppo tardi, la figura è già scomparsa. I due uomini si lanciano all'inseguimento della loro preda. Arrivati all'ingresso del campo, la luna piena rimanda loro l'immagine di un alto corridoio di piante che, qualche metro più avanti, curva ad angolo retto. Il capo, con la pistola in mano e Kevin alle calcagna, si precipita nel corridoio. Molto rapidamente, il sentiero si divide, dando vita ad altri sentieri che si dividono a loro volta. Sempre determinato, il capo ordina a Kevin:

«Tu di là e io di qua. Io ho questa (indica l'arma) e tu sei più grosso di lui. Il primo che lo trova: nessuna pietà. Intesi?».

Kevin supera la sua abituale sottomissione nei confronti del capo:

«Forse separarsi non è una buona idea: rischiamo di incrociarci di nuovo e di ferirci».

Tutto sommato, a Lucas non avrebbe dato fastidio sbarazzarsi dei suoi due sottoposti, che solo raramente si sono dimostrati all'altezza dei compiti che gli ha affidato. Ma avrà senza dubbio bisogno di qualcuno con lui nella sua fuga imminente.

Mentre si chiede qual è il modo di agire che favorisca maggiormente i suoi interessi, il leggero riflesso luminoso di un pezzo di carta che giace per terra attira la sua attenzione. Lucas raccoglie meccanicamente l'opuscolo e, nella luce fioca emanata dalla luna, legge:

La Prigione Verde

Benvenuti nella Prigione Verde, il più grande labirinto d'Europa! Un parco di

divertimenti in cui tutta la famiglia passerà momenti indimenticabili!

Chi non ha mai sognato di perdersi in un labirinto? Quando avrete oltrepassato l'entrata del parco, sarà cosa fatta: dovrete trovare l'uscita con i vostri mezzi, dando prova di astuzia e di memoria. Vi perderete spesso, con vostro grande divertimento, e non c'è dubbio che una volta che avrete trovato l'uscita, tornerete ben presto a trovarci per perdervi di nuovo!

Le nostre guide sono qui per aiutarvi se vi siete completamente persi, ma siate dei giocatori leali: chiamateli soltanto in caso di estrema necessità!

L'entrata del labirinto è accessibile con orario continuato dalle 9 alle 18. Chiusura del parco alle 19.

Buon divertimento!

«Che cosa?» esclama il capo, incredulo. «Siamo in una di quelle stronzate alla moda, in un labirinto?».

Non sta parlando con Kevin, ma con se stesso.

«Beh, è semplice», borbotta ancora. «Avrà pensato di avere una possibilità di trovare l'uscita prima di noi e di poterci seminare una volta che l'avrà trovata. In questo labirinto può anche contare su un ulteriore vantaggio: lui cerca un luogo ben preciso, l'uscita, mentre noi dobbiamo trovare lui mentre si sposta».

Queste parole non hanno rassicurato Kevin, che afferra il braccio del capo come un naufrago si aggrappa alla zattera.

«Secondo te, quanto è grande questo labirinto?» chiede, alla fine.

«Se vendono i biglietti di ingresso fino alle sei e il parco chiude alle sette, vuol dire che i visitatori possono metterci meno di un'ora a trovare l'uscita. Senza affrettarsi, ovviamente, e con due o tre bambini che corrono dappertutto, anche se di giorno e con l'eventuale aiuto delle guide».

Lentamente Kevin e il capo si rimettono in cammino, sperando a ogni bivio di cogliere un rumore o un movimento del loro complice traditore. Molte volte il fruscio di qualche insetto fa loro credere di averlo trovato. Anche se sa che Mouloud è disarmato, Kevin fa sempre più fatica a controllare la sua ansia. Con lo stomaco stretto dall'angoscia segue passivamente il suo capo, che avanza con passo regolare, brandendo la pistola come un mago la sua bacchetta magica.

Dopo alcuni minuti infruttuosi, il capo si ferma di nuovo.

«Riflettiamo», dice, sempre rivolto a se stesso e non a chi lo segue, nelle cui doti intellettuali ha una fiducia assolutamente relativa, «per quanto sia un Giuda, quel farabutto non è completamente stupido. Che cosa farei, se fossi al suo posto?».

«Io correrei il più veloce possibile, evitando i grandi corridoi e cercando di orientarmi a partire dagli incroci più grossi» azzarda Kevin, che da un po' sta riflettendo sul problema.

Ma il capo lo sente appena e continua il suo monologo: «Al suo posto avrei paura. Una paura terribile. E avrei ragione, perché quando avrò tra le mani quel bastardo, gli farò rimpiangere amaramente il giorno in cui si è messo sulla mia strada. Perciò: che cosa si fa quando si ha paura?».

Il capo parla sempre tra sé e sé, ma questa volta guarda Kevin dritto negli occhi, per fargli capire che la stessa sorte capiterebbe anche a lui, se decidesse di tradirlo. Nello sguardo di quest'ultimo, però, si capisce che la vigliaccheria avrà sempre il

sopravvento».

«Quando si ha paura, si agisce da futuri sconfitti», prosegue il capo. *«Quindi ha intenzione di nascondere il malloppo,* perché quando l'avrò preso, avrà bisogno di una moneta di scambio per evitare che gli faccia la pelle. E qual è il nascondiglio migliore?».

«Un punto isolato. Un vicolo cieco, dove nessuno entra perché tutti capiscono immediatamente che è una strada senza uscita», risponde Kevin per attirare l'attenzione.

«No», dice Lucas, ma in un modo che fa comunque piacere a Kevin, perché significa che il capo l'ha ascoltato. «Il nascondiglio migliore è là in alto. *Sopra* uno dei muri del labirinto».

Dette queste parole, ordina a Kevin di aiutarlo a salire. Si aggrappa ai rami per sollevarsi, ma i rari appigli offerti lungo le pareti fatte di piante non sono solidi e Lucas riesce solo per un breve istante a vedere il parco dall'alto. Nella fioca luce della luna, non scorge nessun sacco e non è in grado di situare la loro posizione nel labirinto.

«Lui si trova esattamente nella stessa situazione», insiste il capo mentre si toglie i ramoscelli che sono rimasti attaccati ai vestiti. «Il suo vantaggio all'inizio era poco e su questo labirinto non ne sa più di noi. Il tutto sta quindi nel fare in fretta, perché il tempo gioca a suo favore: se riesce a giocare a nascondino abbastanza a lungo, arriverà il gestore del parco e darà l'allarme».

«Forse ha anche un altro vantaggio», suggerisce Kevin, «perché...».

oooooo

Mouloud ascolta il silenzio.

Mentre all'inizio l'attenzione che poneva nell'attenuare il rumore dei suoi passi e del suo respiro si giustificava solo con la necessità di essere il più discreto possibile, a poco a poco l'intensità della calma che lo circonda si è impadronita di lui. Là dove abita non ha mai avuto occasione di sentire un simile silenzio. Di tanto in tanto, una cavalletta o un grillo fa un lieve rumore, sottolineando ancora di più la pace profonda che emana da quel piccolo angolo di campagna. I profumi delle piante, la luce soffusa della luna piena, la temperatura fresca e pungente, tante sensazioni che sta provando per la prima volta.

È solo con se stesso nel momento in cui ha appena preso la prima vera decisione della sua vita. Ha paura, certo, ma la collera di Lucas, il viso dell'uomo di quella mattina e tutte le tensioni degli ultimi avvenimenti si fondono in quell'ambiente nuovo e inebriante.

In mezzo a quel labirinto da cui forse non uscirà vivo, capisce la felicità rara e preziosa di essere libero.

Non ha abbandonato il bottino. Semplice dimenticanza: entrando nel labirinto si è caricato il sacco sulle spalle senza pensarci. Ma anche se si ricordasse di tutto quel denaro, il suo stato d'animo rimarrebbe invariato: quelle banconote hanno perso qualsiasi valore.

A volte pensiamo che se ci trovassimo in una situazione eccezionale, anche i nostri

pensieri sarebbero eccezionali, svincolati finalmente dalle pesantezze della vita quotidiana. Invece sono dei ricordi molto banali quelli che hanno attraversato la mente di Mouloud nel momento in cui è entrato nel labirinto: si è visto davanti a *Walls,* ultima versione in ordine di tempo di quei videogiochi violenti che si svolgono in un sotterraneo pieno di trappole e di cui bisogna visitare tutti gli angoli più nascosti. La voce di Farid, l'amico che gli ha fatto scoprire il gioco, si è. fatta sentire nella mente del fuggiasco: «Il primo livello è facile: entra nel passaggio di sinistra e poi gira sempre a destra; in questo modo, visiti tutto il labirinto». Il trucco aveva ben presto tolto ogni interesse a quel primo livello.

Dal secondo, invece, il sistema non funzionava più.

Mouloud non si era dimostrato accanito quanto il suo compagno, che era arrivato al punto di disegnare delle piantine dettagliate di tutti i livelli ai quali era arrivato. Era il periodo in cui Lucas stava prendendo sempre più posto nella sua vita e in cui le occasioni di andare a trovare Farid diventavano sempre più rare. Mouloud conosceva molto bene la piantina del primo livello, e in buona parte anche quella del secondo.

Perché prima a sinistra e poi sempre a destra, nel primo livello? Per Mouloud è giunto il momento di porsi la domanda perché, per non perdere tempo esitando a ogni incrocio, fin dal principio ha sempre girato a sinistra.

Le piantine. Le piantine del sotterraneo del gioco. Mouloud le rivede mentalmente con una precisione che lo sorprende. Significa quindi che quel gioco gli piaceva più di quanto volesse ammettere?

Entrare a sinistra, poi girare sempre a destra... Al primo livello funziona perché la piantina è semplice. Molto semplice. È proprio questa semplicità che lo distingue dal secondo livello. C'è qualcosa che vale la pena di capire... È possibile sapere se il sistema funziona semplicemente studiando la piantina, senza lanciarsi nel percorso del sotterraneo? E che cosa succederà a Mouloud che, incalzato dai suoi inseguitori, non ha pensato a girare subito a sinistra?

Egli immagina di avere un foglio dove siano tracciati gli schemi dei due primi livelli del gioco. Le linee scure dei muri dei sotterranei serpeggiano, si spezzano, si infilano tra le larghe fasce chiare che formano i corridoi. È buio, e nell'oscurità risaltano i muri, non i corridoi.

Ecco. Mouloud ha capito.

Non è necessario rivedere tutti i dettagli del primo livello per capire il motivo per cui la tecnica di Farid funziona. Mouloud ha appena scoperto una proprietà generale: se girare in primo luogo a sinistra poi sempre a destra permette di visitare tutto il primo livello è perché le pareti del labirinto, tranne quelle più esterne, compongono un blocco unico. Tutte attaccate tra loro, formano una specie di albero i cui rami sono curvati ad angolo retto. Percorrere un simile labirinto girando sempre a destra dopo essere entrati a sinistra, significa costeggiare questa successione di rami. E dato che i muri si trovano solo su quest'albero ramificato, prima o poi, tutti i corridoi del labirinto vengono visitati.

Al secondo livello, il sistema non funziona più perché il nuovo dedalo è costituito da due gruppi di muri legati tra loro e non più da uno solo, come se i muri esterni racchiudessero due ragnatele diverse che si osservano a rispettosa distanza. Costeggiando sempre i muri dello stesso gruppo, ci si limita a una parte ristretta del

labirinto. C'è da scommettere che si verifichi la stessa cosa nel labirinto dove si trova ora Mouloud, ma il fatto è che, in ogni caso, il percorso seguito a partire da questo metodo sembra un... come dire...

Un *cerchio?*

Sì! Dato che si tratta di *girare* intorno a un insieme di muri tutti legati gli uni agli altri, perché non parlare di cerchio? Mouloud si mangia le mani per non aver pensato a girare a sinistra subito all'inizio: se avesse seguito quel cerchio, a quel punto dovrebbe trovare...

oooooo

«L'entrata!» grida il capo scagliandosi contro il suo secondo. «E me lo dici adesso?».

Il fuggiasco avrebbe potuto nascondersi all'inizio del labirinto, per aspettare che i suoi inseguitori si inoltrino troppo avanti nel percorso?

Il soprassalto del capo dura solo un attimo. Quella tattica sarebbe comunque stata rischiosa per il loro ex complice. Inoltre, se Mouloud fosse riuscito a uscire dal labirinto, l'avrebbero sicuramente sentito mentre cercava di far partire la loro auto.

La caccia riprende in silenzio.

oooooo

Come mai nessuno ci ha pensato prima? si chiede Mouloud. Nei piccoli giochi che faceva sulle riviste quando era piccolo, ci si spostava nei labirinti guardando le cose dall'alto, una situazione altamente irreale che solo l'avvento dei videogiochi ha saputo compensare. Nei videogiochi, infatti, nella maggior parte dei casi ci si sposta alla cieca, esattamente come Mouloud in questo momento. È più realistico, ma a quei giochi manca uno strumento: un marcatore. Nessuno dei videogiochi che Mouloud conosce, tutti basati sulla velocità, permette di contrassegnare i luoghi che si sono già visitati per trovare più facilmente l'uscita. Continuando ad avanzare verso la sua meta, Mouloud pensa che sarebbe originale un videogioco che sfruttasse il tema del labirinto attraverso un gioco di pura strategia, il cui scopo principale consisterebbe nell'esplorare sistematicamente tutto il labirinto per ricostruire la sua struttura e dedurne l'esistenza di una camera segreta, un piccolo quadrato mimetizzato tra i muri, un luogo nascosto cui nessun corridoio visibile permetterebbe di accedere.

Adesso Mouloud ha tutto il tempo che vuole. Il suo passo si è fatto più sicuro. Ha sempre girato a destra da quando è entrato nel labirinto, ormai sa dove sta andando.

E dire che pensava di aver commesso un errore non girando a sinistra all'ingresso! Certo, se l'avesse fatto, avrebbe potuto sperare di chiudere un cerchio intorno a un gruppo di muri interni al labirinto e di tornare così all'entrata. A parte il fatto che... nulla assicura che i muri che avrebbe costeggiato non avrebbero raggiunto quelli del bordo esterno del labirinto. In quel caso, egli si sarebbe ritrovato a seguire lo stesso tipo di percorso di quello che sta facendo al momento, che costeggia i muri a contatto con il limite esterno del labirinto. Ancora un cerchio. Percorrere questo cerchio fa sicuramente tornare al punto di partenza, ma prima Mouloud passerà necessariamente

davanti alla seconda breccia nei muri esterni: l'uscita.

Mouloud non se ne rende subito conto, in un primo momento crede di essere arrivato al nuovo passaggio che la sua strategia gli ordina di prendere. Ma una leggera corrente d'aria lo avverte che quel passaggio non è come gli altri. Ha appena trovato l'uscita.

Quando si ritrova all'aria aperta, viene di nuovo afferrato dalla realtà: il bottino sulle spalle, le tracce sui vestiti. Gira intorno al labirinto, in silenzio, per raggiungere l'auto dei suoi inseguitori. La chiave non è nel quadro, ma non è la prima volta che Mouloud ruba un'auto. Il rumore del motore che si avvia copre le imprecazioni del suo ex capo, ancora prigioniero.

ooooo

Da un ritaglio di giornale della settimana successiva:

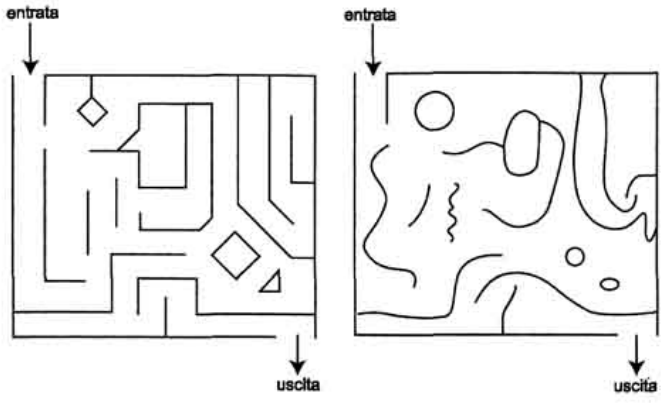
«... Dopo il loro arresto, ì due malviventi sono stati sottoposti ad indagine e incarcerati per omicidio aggravato, associazione a delinquere e rapina a mano armata. Il giovane Mouloud, invece, proveniente da un quartiere a rischio e più volte arrestato in passato per delitti di piccola e media importanza, potrà beneficiare della clemenza dei giudici per il suo pentimento e per aver denunciato ì suoi complici, permettendo la loro cattura. Il ragazzo ha dichiarato che, una volta espiata la pena, ha intenzione di dedicarsi all'ideazione di videogiochi».

Appendice

Il problema di trovare l'uscita da un labirinto risale ai tempi mitici del re Minosse, che rinchiuse il Minotauro nel labirinto costruito da Dedalo. Ma soltanto nel XIX secolo è stato risolto in modo generale l'interrogativo su come visitare in modo sistematico un labirinto.

Quando non si tratta di un mito, di una prova iniziatica o di una penitenza (in una particolare epoca, alcuni credenti dovevano percorrerne uno intero sulle ginocchia), il labirinto si associa piuttosto al divertimento. Perciò non è così immediato individuare un legame con la matematica e probabilmente non è un caso se il nome di Gaston Tarry, un amante dei passatempi matematici, è legato alla scoperta del primo metodo per percorrere sistematicamente i corridoi di un labirinto.

Un altro motivo della natura tardiva dello studio matematico dei labirinti dipende dal fatto che non si tratta di un oggetto geometrico comune. Per capirne il motivo, osserviamo i due labirinti seguenti (vedi figure qui sotto). Che cos'hanno in comune il primo, angoloso e preciso e il secondo, tutto curve e così poco regolare? Un breve sguardo permette però di rendersi conto che, in realtà, questi due labirinti sono uguali: a ogni percorso nel primo corrisponde un percorso nel secondo, le diramazioni sono le stesse, come i tracciati ad anello. Tuttavia le caratteristiche geometriche di questi due labirinti sono diversissime: in uno ci sono dei quadrati, nell'altro degli ovali; nel primo dei segmenti, nel secondo delle curve... Se c'è qualcosa che accomuna questi due labirinti, certo non è la loro forma geometrica. Ma allora, di che cosa si tratta?



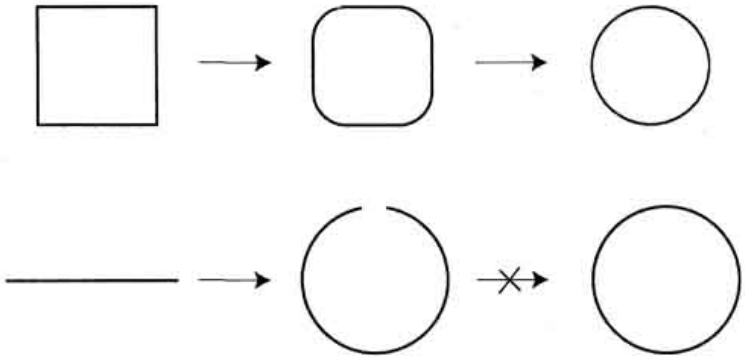
Già nel XVII secolo i metodi analitici avevano sconvolto la geometria, ma un'altra rivoluzione attendeva questo ramo secolare della matematica: l'avvento della topologia. Per valutarne a fondo la novità, conviene tornare per un istante alle figure della geometria classica: triangoli, circonferenze, rette e anche, se si vuole, le diverse curve della geometria analitica. Ciò fa sì che, per esempio, un quadrato non sia la stessa cosa di una circonferenza, infatti non è possibile sovrapporli uno all'altro. «Sovrapporre» due figure che si trovano sullo stesso piano significa portarle una

sull'altra per mezzo di scivolamenti (traslazioni), di movimenti circolari su se stesse (rotazioni), di capovolgimenti (simmetrie assiali) e perfino di ingrandimenti (omotetie).

Le proprietà «classiche» di un quadrato (come, per esempio, quelle riguardanti le sue diagonali, che sono sempre perpendicolari, hanno la stessa lunghezza e si intersecano sempre a metà) sono le stesse, qualsiasi siano le dimensioni del quadrato o la direzione dei suoi lati. Tutte queste proprietà costituiscono delle «invarianti geometriche»: qualunque sia la trasformazione subita dal quadrato (traslazione, rotazione, simmetria assiale, omotetia), la figura che risulta possiede le stesse caratteristiche, semplicemente perché anch'essa è un quadrato.

L'idea di partenza della topologia consiste nell'autorizzare non soltanto le trasformazioni «rigide» della geometria classica, ma anche allungamenti, contrazioni, torsioni e avvitamenti di tutti i tipi. Naturalmente è necessario fissare dei limiti, altrimenti tutto sarebbe uguale a tutto: per questa ragione è vietato tagliare e rincollare.

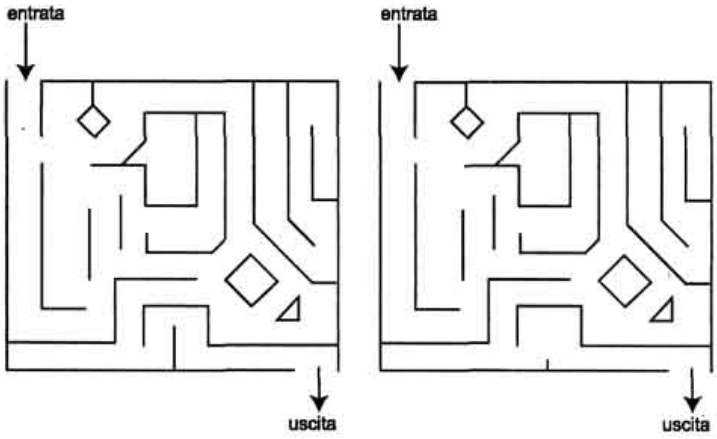
La topologia non fa differenze tra una circonferenza e un quadrato, perché si può passare da una all'altro mediante semplici deformazioni (possiamo ricorrere, come esempio, all'immagine dell'elastico). In questo modo, nessuna delle proprietà geometriche «normali» del quadrato, come quelle che riguardano le sue diagonali, ha senso in un quadro topologico. In compenso, un segmento e una circonferenza sono topologicamente diversi: infatti è necessario incollare insieme le estremità del primo per formare il secondo.



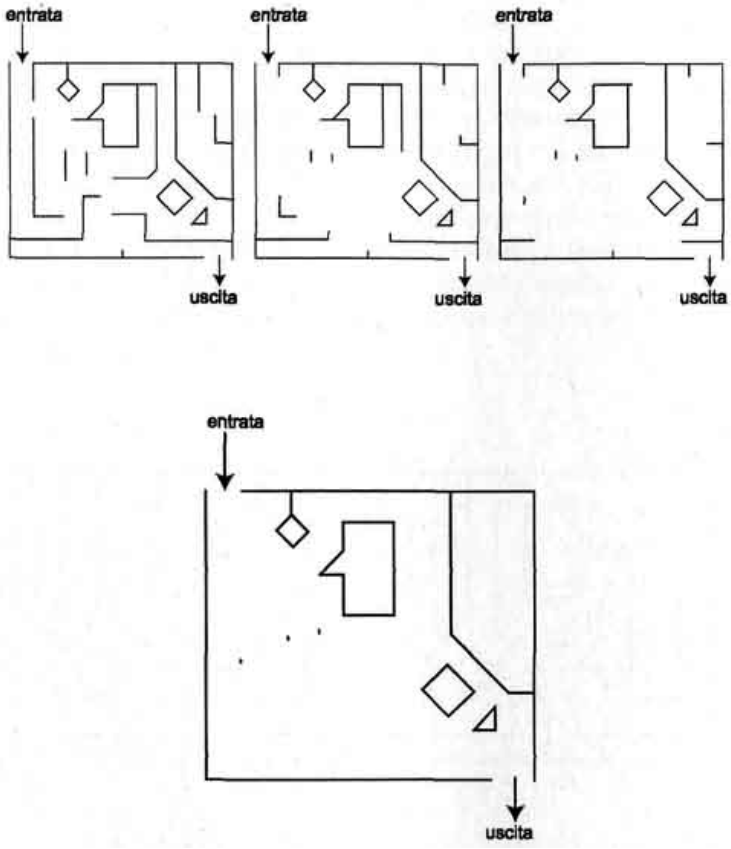
Lo studio che segue spiega come, per risolvere un problema concreto come trovare l'uscita da un labirinto, a volte è utile «uscire» per un momento dal contesto iniziale per guardare le cose da un punto di vista teorico grazie al quale, in seguito, si potrà risolvere il problema di partenza. Torniamo ai labirinti di pag. 69. Non è difficile convincersi che si può passare da uno all'altro per mezzo di deformazioni che sono quelle autorizzate dalla topologia. L'idea intuitiva di «uguaglianza» tra due labirinti è quindi un concetto più topologico che geometrico (i nostri due labirinti si definiscono *omeomorfi)*. Così, voi che affrontate lo studio dei labirinti, abbandonate tutte le vostre conoscenze geometriche classiche: nessuna può esservi utile perché nessuna resiste alle trasformazioni che possiamo far subire ai nostri labirinti.

Quando esistono diversi modi di raffigurare lo stesso oggetto matematico, è logico cercare di trovare quello che ne fornisce la rappresentazione più semplice. Trattandosi di labirinti, si ottiene una semplicità ottimale sopprimendo un massimo di muri «inutili», ossia di muri che, pur complicando il compito di un Teseo, non modificano

fondamentalmente la struttura matematica. Così delle due rappresentazioni che seguono del labirinto di pag. 69, in cui uno dei muri è stato ridotto (in basso, al centro):

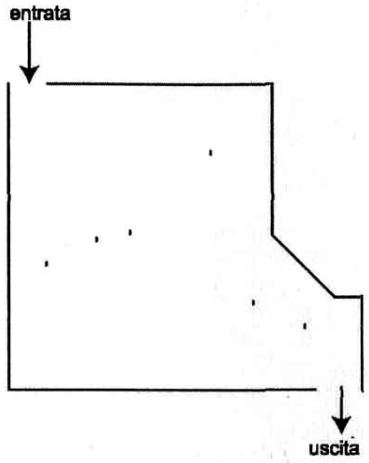


Si possono ridurre allo stesso modo tutti i muri senza alterare la struttura dell'insieme (per ragioni di chiarezza, non toccheremo però i muri del bordo esterno del labirinto), e perfino, alla fine, a ridurli a un punto: si parla in questo caso di *ritrazione*. L'insieme così ottenuto non è esattamente omeomorfo al labirinto di partenza, perché una linea e un punto non sono uguali dal punto di vista topologico. Tuttavia, le proprietà strutturali del nostro dedalo iniziale e quelle del suo scheletro ottenuto per ritrazione sono identiche (i due oggetti si dicono *omeotopi):*



Per quanto riguarda i muri «chiusi» che sussistono, essi dividono il labirinto in parti inaccessibili le une alle altre (si parla di *componenti connesse).* A noi interessa

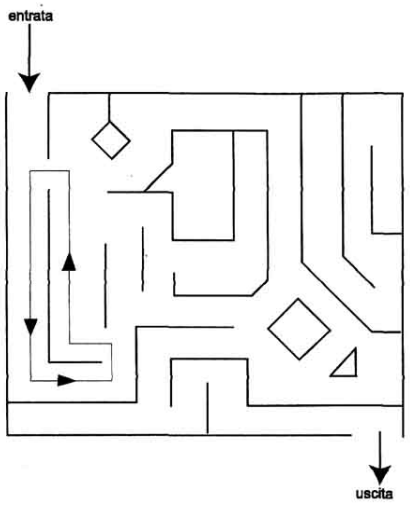
soltanto la parte che contiene i punti di partenza e di arrivo; si possono quindi ridurre le dimensioni delle altre finché i muri che le costeggiano diventino dei semplici punti. Alla fine, il labirinto assume la forma seguente:



Il caso generale non è diverso dall'esempio precedente: si può dimostrare che, qualunque sia il labirinto iniziale, le ritrazioni dei muri effettuate come mostrato nell'esempio vanno a formare uno «scheletro» costituito da un contorno esterno forato all'entrata e all'uscita e da un insieme (finito) di punti all'interno.

Immaginiamo ora un Teseo che si muove nel labirinto di pag. 40 (quello a sinistra) costeggiando continuamente il muro a forma di L che si trova a sinistra.

Sullo scheletro del labirinto della figura alla pagina seguente, la sua traiettoria corrisponde a quella di un Teseo che gira intorno a un punto. L'analogia con una circonferenza è perfettamente pertinente dal punto di vista topologico: che si tratti dello scheletro o del labirinto di partenza, abbiamo a che fare con una traiettoria che ha la proprietà di tornare al suo punto di partenza senza mai incrociarsi in un punto intermedio. Un teorema di topologia, abbastanza intuitivo nel suo enunciato ma difficile da dimostrare in modo rigoroso, indica che una curva (piana) che possiede queste due proprietà è sempre identica a una circonferenza, dal punto di vista topologico.



Tutto questo è molto bello, direte voi, ma per uscire da un labirinto, non sempre è possibile usare la topologia: i muri sono lì e lì rimangono, e anche se da un punto di vista teorico è possibile semplificarli all'estremo sostituendoli con dei semplici punti,

nella realtà le cose sono ben diverse. Il punto di vista topologico che precede permette comunque di fornire un metodo sistematico per trovare l'uscita da un labirinto: *è sufficiente costeggiare un muro del bordo esterno del labirinto.* E non è difficile trovare questo muro: si può prendere uno o l'altro dei due che delimitano l'entrata.

Sullo «scheletro» del labirinto, è evidente che il metodo funziona. Su un «vero» labirinto, l'unica differenza con lo scheletro è che dal muro esterno parte un certo quantitativo di muri, che allungano sicuramente il percorso, ma non possono impedire di trovare l'uscita. Ecco per esempio un pezzo di «scheletro» accanto al quale appare il tratto di labirinto da cui deriva:

Ecco allora le traiettorie corrispondenti nella strategia che consiste nel costeggiare il bordo esterno:

A lungo andare, seguendo il bordo esterno, si passa dunque necessariamente davanti all'uscita. Tuttavia, è raro che il percorso seguito sia il più breve: basta osservare la figura precedente per constatare che il metodo impone delle deviazioni che, viste dall'alto, sono in realtà inutili. Così, questo metodo per trovare l'uscita non garantisce al fuggiasco della nostra storia di non incrociare i suoi inseguitori; costoro, benché partiti con un certo tempo di ritardo, possono sperare di avere la fortuna di seguire casualmente lo stesso percorso della loro preda, con qualche deviazione in meno.

Gli elementi presentati qui sopra riguardano più precisamente la *topologia delle superfici,* una disciplina astratta per la quale si dispone comunque di alcuni supporti concreti (come l'esempio dei labirinti). È interessante notare che alcuni aspetti di questa teoria sono illustrati, in modo sicuramente involontario, da alcuni videogiochi. Per esempio il gioco «Pac-Man», che mette in scena l'importante struttura di toro (uno schermo su cui, quando il giocatore esce da un lato, vi rientra istantaneamente dall'altro). O, più in generale, di giochi a «teletrasporto automatico» (appena il giocatore arriva in un punto, viene trasportato immediatamente in un altro), che danno allo spazio del gioco una struttura geometrica le cui caratteristiche si descrivono con l'aiuto di nozioni topologiche. Non è vietato pensare che lo sfruttamento pedagogico di questo tipo di gioco potrebbe essere utile per favorire la nascita di una «intuizione topologica» che normalmente non è molto facile ottenere da soli.

L’assassino degli scacchi

Il commissario era stato quasi portato a pensare che quel caso fosse senza misteri.

Seduto alla sua scrivania, tiene ancora aperto con due dita il fascicolo Marco-Viniyarin. Esita a chiuderlo per sempre.

Certo non ha bisogno di riaprirlo per ricordare tutto quel che contiene. Il giorno dopo l’omicidio, il colpevole si era spontaneamente presentato in commissariato per costituirsi ed esprimere il suo rammarico. Grande maestro di scacchi, quell’uomo dal carisma tipicamente indiano aveva spiegato di non essere riuscito a sopportare di esser stato sconfitto per tre volte in modo schiacciante da quello sconosciuto.

Le tre partite si erano svolte su Internet: quella che doveva essere una serata di scacchi virtuale in onore di Viniyarin aveva cominciato a prendere una brutta piega quando Marco, uno degli avversari del campione (che ovviamente giocava più partite in simultanea), aveva vinto una prima partita in modo implacabile e con uno stile di gioco che aveva sconcertato tutti gli osservatori. Le due partite successive si erano concluse allo stesso modo. Mentre Viniyarin si mostrava sempre più affascinato dalla tecnica del suo avversario, Marco aveva addotto delle scuse e si era rifiutato di giocare una quarta partita, dicendo di essere stanco.

Dopo quella serie di sconfitte inaspettate, Viniyarin aveva espresso, sempre tramite Internet, il desiderio di incontrare nuovamente il suo avversario al più presto. L’incontro era finito bruscamente: un’ora dopo che i membri del club di scacchi organizzatore della manifestazione avevano visto andarsene il loro campione, Marco riceveva sulla nuca un colpo mortale assestato con la sua stessa mazza da baseball. Il confronto delle impronte digitali trovate sulla porta e sull’arma del delitto con quelle di Viniyarin non lasciavano alcun dubbio sulla colpevolezza della persona che il giorno seguente era venuta a confessare il suo crimine.

Viniyarin aveva invocato l’omicidio senza premeditazione e non c’era stato motivo di non credergli. In primo luogo, la testimonianza delle persone che erano con lui prima che se ne andasse era unanime: se li si poteva sospettare di una certa indulgenza nei confronti di una persona che ammiravano molto, ciò nonostante tutti avevano affermato che lo stato d’animo di Viniyarin non era quello di uno sconfitto aggressivo, ma di una persona molto sorpresa, desiderosa di saperne di più sulle tecniche di gioco del vincitore. Inoltre, l’arma del delitto era di proprietà della vittima e quindi non era stata portata dall’assassino. Infine, il passato di Viniyarin era irreprensibile. Le autorità indiane non erano state in grado di attribuirgli la benché minima mancanza: nessuna condanna di nessun genere, un carattere dolce, caloroso, aperto e tollerante... In breve, non era certo il tipo di persona da attraversare metà della città con un coltello nella manica e un ghigno d’odio sul viso. Forse nemmeno

l'individuo che crolla improvvisamente e si lascia andare ai peggiori accessi di violenza, ma non siamo forse tutti degli esseri fragili? Il campione Viniyarin doveva già avere qualcosa che non funzionava, nella testa, per perdere tre volte di seguito contro un semplice appassionato.

Il commissario aveva pertanto ottenuto colpevole, prove, movente... Solleva la testa mentre le sue dita richiudono lentamente il fascicolo.

Non poteva avercela con se stesso per non aver capito prima: come avrebbe potuto saperlo, dato che l'assassino gli era caduto in mano come un frutto maturo? La parte essenziale del lavoro era stata condotta dai suoi uomini, è logico, ai quali aveva anche lasciato l'onore di parlare con la stampa, una gloria di cui conosceva già da tempo la natura effimera, illusoria, perfino malsana, quando si tratta di crimini.

All'opposto di Viniyarin, che suscitava rispetto fin dal primo sguardo, la vittima aveva immediatamente ispirato disprezzo. Alcuni giornali l'avevano anche definito un «personaggio rozzo, senza educazione, la cui assenza di buone maniere e di cura del proprio aspetto spiegava facilmente il celibato forzato». Sulla trentina, il ventre ispessito dalla mancanza di attività fisica e da un'alimentazione troppo ricca, Marco viveva, prima della sua morte, in un bugigattolo straripante. Il commissario vi si era recato il giorno stesso in cui Viniyarin si era costituito. I soli segni di una vita reale che aveva trovato erano i manifesti pornografici, scoloriti e molto poco provocanti, appesi qua e là sui muri del modesto appartamento. Per il resto, qualche libro di *heroic fantasy* accanto a pile di CD pirata, di sacchetti di patatine iniziati e alcuni bigliettini su cui erano scarabocchiati orari di appuntamenti su Internet. Sulla scrivania, che si intuiva sotto i fogli volanti, le vecchie riviste e i bicchieri di plastica, troneggiava il computer.

Per darsi un contegno, l'ispettore che l'aveva accompagnato aveva ripetuto inutilmente che tracce di sangue, impronte e prove del reato di ogni genere erano già state prese. Preoccupato dallo sguardo assente del suo capo, si era poi azzardato a porre una domanda sulle ragioni che lo trattenevano dal chiudere il caso.

«Rifletta, ispettore», aveva risposto il commissario prima di spiegare quali erano i suoi dubbi. «Abbiamo a che fare con un professionista degli scacchi, con qualcuno che per tre volte ha dato una batosta a uno dei più grandi campioni del momento. Un tipo un po' asociale, senza dubbio, ma che avrebbe dovuto comunque far parte di un circolo di scacchi, e invece no. E in questo caos che gli serviva da habitat e nel quale doveva trascorrere la maggior parte del suo tempo, non si trova né un libro né una rivista che parli di scacchi. Questo non la stupisce, ispettore?».

Il tono dell'ultima frase aveva espresso più perplessità che condiscendenza. Il sottoposto aveva dato una risposta all'insegna del buon senso:

«E con ciò? Avrà buttato via tutto, o forse esiste un altro posto dove teneva le sue cose. In questo crimine è tutto chiaro, tutti i pezzi ci sono noti. Perché interessarsi a questo dettaglio? ».

«Immagini, ispettore: da molti anni lei è un campione riconosciuto, dopo esser stato un giovane prodigio che stupiva già il suo maestro. Non ha più niente da dimostrare e una sera, forse a causa di un po' di stanchezza, un piccolo genio le rifila una bella sconfitta. Lei va a trovarlo per scambiare qualche trucco da giocatori ed ecco, all'improvviso scopre di essere furioso per aver perso, e quindi uccide? Non

regge! Viniyarin aveva troppa esperienza, sapeva che cosa significa perdere. Anche contro un giovane ambizioso.

«Ma ha confessato. E tutte le prove sono contro di lui».

Il commissario non aveva ritenuto opportuno rispondere. Per la prima volta nella sua carriera, aveva a che fare con un crimine confessato, provato, che però continuava a stuzzicarlo interiormente.

Il vero movente: ecco che cosa doveva scoprire.

oooooo

La porta metallica aveva fatto uno stridio orripilante quando il commissario si era introdotto nella prigione dove era detenuto Viniyarin. Una volta solo con il giocatore di scacchi, gli aveva chiesto ancora una volta le motivazioni dell'atto che gli erano costate l'incarcerazione.

«Ho già detto tutto, commissario. Sono dispiaciuto per quello che fatto e accetto la punizione che la giustizia riterrà opportuno infliggermi. Il mio smisurato orgoglio è l'unica causa della mia ingiustificabile debolezza».

Menzogne. Il verdetto del vecchio veterano della polizia era stato senza appello. La cosa strana è che Viniyarin non cercava delle scuse per attenuare la portata del suo crimine, né accusava la sua vittima di qualsivoglia misfatto, tutte quelle cose umane che normalmente si invocano per discolparsi agli occhi dei giudici, o perfino ai propri. Il colpevole si accusava per primo: più di qualsiasi altro elemento del fascicolo, questo atteggiamento inedito aveva fatto intuire al commissario che, al di là di quel che aveva voluto confessare, l'assassino nascondeva un segreto ancora più grande.

oooooo

Essere di guardia in commissariato di notte non ha mai divertito nessuno, né i poliziotti in uniforme né i superiori, ma quella volta, il commissario era piuttosto contento perché uno dei brigadieri in servizio, Niven, è considerato uno dei migliori giocatori di scacchi del commissariato. Da sempre, su suo suggerimento, le notti di guardia ragionevolmente tranquille diventano dei pretesti per minicampionati di scacchi (che vince), almeno finché gli appassionati dei tarocchi non riescono a raccogliere abbastanza giocatori.

Quella sera, giocatori di carte e giocatori di scacchi coabitavano e le partite venivano interrotte solo raramente dallo squillo di un telefono. Il commissario si era avvicinato a Niven, occupato a muovere la sua torre da A8 a A7, una manovra apparentemente insignificante che, tre mosse dopo, si sarebbe rivelata fatale per il suo avversario. Il quale non se ne era nemmeno accorto e, per tutta risposta, si era limitato a muovere un pedone, invano.

«Buonasera, brigadiere» aveva esordito il commissario. «Mi dica, a parte il suo lavoro di poliziotto, gli scacchi sono la sua specialità?».

«Diciamo che me la cavo, commissario. Ma non è certo con le lusinghe che si farà perdonare per non avermi fatto lavorare sul suo caso: mi sarebbe piaciuto moltissimo incontrare Viniyarin».

«Lei come si spiega la sua sconfitta con Marco?».

«Mistero. La comunità dei giocatori di scacchi continua a parlare di questa storia e ad analizzare nei minimi particolari le tre partite».

«Che cos'hanno di tanto straordinario, queste famose partite?».

«Ebbene, commissario, deve sapere che gli scacchi, pur obbedendo a regole rigide e ben delimitate, si declinano in molti stili diversi. Il modo di procedere di un Fischer non è quello di un Kasparov... o di un Viniyarin. La creatività di ciascuno di questi giocatori consente loro di essere i più forti. Un giocatore esperto...».

«... come lei...».

«... finisce per identificare lo stile di gioco di un avversario che ha meno talento di lui per poterlo contrastare» aveva spiegato il brigadiere facendo finta di non aver sentito il commento. «Le partite giocate da Marco, però, non ricordano nessuno stile conosciuto, tranne che per alcune mosse».

Perplesso, il commissario aveva atteso con pazienza che Niven sconfiggesse il suo avversario, prima di vedersi proporre una partita. Aveva accettato e naturalmente aveva perso.

ooooo

L'uomo che il commissario era andato a trovare il giorno dopo aveva una cinquantina d'anni, una barba nera curata, un completo scuro ma elegante e un sorriso studiato.

Il vero archetipo della persona arrivata. Dirigeva il laboratorio di matematica e di informatica dell'università e le pareti del suo ufficio erano tappezzate da libri in inglese i cui titoli sarebbero stati completamente ermetici per i profani, anche se fossero stati scritti nella loro lingua.

«Sì, commissario», aveva spiegato, «Marco lavorava qui: faceva qualche supplenza quando un insegnante era ammalato o assente per lunghi periodi, e si occupava anche di assistenza informatica. Aveva uno di quegli impieghi temporanei che, malgrado tutte le promesse del ministero, l'università non elimina mai, non avendo mezzi per assumere con contratti permanenti».

«È un ex studente?».

«Sì, piuttosto brillante, ma, se devo dire la verità, confusionario e fuori dal mondo. Il tipo che sta davanti al computer per ore e trascura il resto, compresi i suoi esami».

«Il compenso che gli dava l'università gli bastava per vivere?».

«Oh!» aveva risposto il professore con un'espressione complice, «quello che guadagnava non sarebbe stato sufficiente per molta gente, ma Marco era una persona che non aveva bisogno di molto denaro».

«La sua formazione aveva qualcosa a che fare con gli scacchi?» aveva chiesto ancora il commissario.

Il professore era scoppiato a ridere: «Nel suo programma c'era un po' di teoria dei giochi, niente di più!».

La teoria dei giochi... Il commissario aveva sorriso educatamente, senza capire che cosa avesse di tanto bizzarro l'accostamento con gli scacchi. «Mi chiedevo per l'appunto» aveva ripreso cercando di essere il meno goffo possibile, «se gli scacchi e

la creatività di cui si può dar prova sono un oggetto di studio che interessa l'università».

«Ascolti, commissario», aveva esordito il professore con un tono che introduceva delle spiegazioni destinate a richiedere tutta l'attenzione del suo interlocutore «gli scacchi costituiscono quello che la teoria matematica dei giochi (il professore aveva sottolineato questo termine: *matematica)* qualifica come gioco *di pura riflessione, semplice, finito, senza ciclo e a informazione completa.*

Per essere chiaro e conciso, ciò significa che i giocatori giocano a carte scoperte, che il caso non interviene, che esiste solo un numero finito di combinazioni possibili sulla scacchiera e che non si può tornare al punto di partenza nel corso di una partita. Per questo tipo di gioco, c'è sempre una strategia ottimale per uno dei due campi (Bianchi o Neri), che gli garantisce la vittoria a tutte le mosse, qualsiasi sia il modo di giocare del suo avversario, a meno che la struttura del gioco non sia tale che, come nel tris, due bravi giocatori finiscono sempre per pareggiare. Questo risultato costituisce il teorema di Zermelo e von Neumann, che risale all'inizio del XX secolo. Lì si fermano i matematici, il resto è di competenza dei giocatori professionisti».

Durante tutta questa spiegazione, il commissario aveva socchiuso gli occhi, in un atteggiamento che indicava che non stava perdendo una virgola di quanto gli veniva esposto, benché non fosse sicuro che tutti quei dettagli gli servissero granché per la sua indagine. La conversazione si era conclusa su un tono di cordialità. Il poliziotto aveva fatto ancora un paio di domande, più per educazione che per effettiva necessità.

ooooo

Marco non era un grande giocatore di scacchi: il commissario ne era convinto.

Il mondo degli scacchi, come quelli di altre discipline, conta sicuramente degli esempi celebri di personalità eccezionali e isolate, il cui talento fuori dal comune si rivela solo accidentalmente, e a volte rischia perfino di non vedere mai la luce. Ma prima di proporsi per affrontare Viniyarin su Internet, la vittima avrebbe dovuto trovare mille occasioni per esibire il suo ipotetico talento, per lo meno al circolo degli scacchi della sua università. Ma nessuno si ricordava di averlo mai visto giocare a scacchi di recente; poche persone, del resto, si ricordavano di averlo anche soltanto incrociato in quegli ultimi mesi.

Un uomo solitario, che si isola ancora un po' di più per qualche tempo, e poi, all'improvviso, sfida e batte un grande campione... Marco aveva dovuto preparare la sua mossa con cura. Per diventare un grande maestro non basta volerlo, e qualche mese non può essere sufficiente, a meno di avere un'intelligenza eccezionale. Non era il caso della vittima, malgrado le capacità che gli avevano permesso di seguire degli studi scientifici di alto livello.

ooooo

Il commissario aveva avuto la sua piccola rivincita con Niven. Non gli era dispiaciuta quella discussione con il brigadiere, nel corso della quale gli aveva esposto con professionale complicità il teorema di Zermelo e Von Neumann. Il gioco

del tris, aveva detto, era un buon esempio per comprenderlo. Il tris, quella griglia quadrata con tre caselle per lato: due giocatori segnano a turno una casella che non è già stata contrassegnata, ognuno con un simbolo diverso (una x o un cerchio), finché uno dei due riesce a contrassegnare tre caselle allineate. Un gioco al quale tutti gli studenti pigri smettono di giocare non appena si accorgono che, quando entrambi i giocatori sono abbastanza bravi, tutte le partite finiscono senza un vincitore.

«Immaginiamo» aveva detto il commissario «di cominciare una partita, io e lei, e che io le lasci l'onore di iniziare. Qual è la casella che segnerebbe per prima?».

«Quella al centro della griglia» aveva risposto il brigadiere senza esitazioni. «È quella che apre più prospettive: permette di tentare di allineare le tre caselle della seconda riga, o quelle della seconda colonna, o ancora quelle delle due diagonali. Nessun'altra casella offre tanti fronti contemporaneamente».

Ma tutti conoscono questo trucco. Il commissario aveva allora iniziato una partita dalla casella in alto a sinistra.

«Sorpreso, brigadiere? E sì, questa è creatività: mettere l'avversario su un terreno inatteso! Forza, Niven! Tocca a lei giocare!».

Il suo avversario si era infilato in una scelta prevedibile contrassegnando la casella centrale.

Con calma, il commissario aveva replicato segnando la casella in basso a destra. Era la svolta della partita: il brigadiere era caduto nella trappola giocando in alto a destra.

Il commissario, due mosse dopo, aveva allineato tre caselle.

«Perso, Niven! Perso! Ecco: i suoi punti di riferimento sono stati sconvolti! Si è fatto sorprendere!».

Creatività... fare una scelta originale che non sia - o non sia troppo - uno svantaggio per sconcertare l'avversario. Ma solo per una partita... In un gioco come il tris, la creatività è necessariamente limitata, perché non ci sono modi infiniti di giocare.

Quando i poliziotti si erano recati all'università per chiedere di vedere gli schedari informatici raccolti da Marco, il responsabile delle risorse informatiche come prima cosa aveva avuto un accesso d'ira: da un sacco di tempo le macchine erano sature senza che lui sapesse bene perché! No, Marco non era autorizzato a caricare a tal punto le risorse informatiche.

I poliziotti non erano stati affatto i benvenuti per frugare nei computer dell'università. Il loro rapporto iniziava così l'analisi degli schedari:

Negli schedari i dati appaiono organizzati secondo una struttura ad albero: si passa dagli uni agli altri tramite dei cambi successivi limitati nel tempo e dagli effetti progressivi.

L'albero è la struttura naturale che rende conto dell'evoluzione di una partita di scacchi, aveva interpretato il commissario: ogni giocatore fa passare la scacchiera da uno stato all'altro rispettando le regole del gioco.

Il software che sembra costituire l'interfaccia tra il computer e l'utente è ridotto al

minimo. Esso richiede l'acquisizione di due coppie di caratteri e risponde inviando altre due lettere e altri due numeri interi.

Certo. A ogni turno di gioco, bisogna inserire il movimento dell'avversario, che si traduce sulla scacchiera con la posizione iniziale del pezzo spostato (una lettera per la linea, una cifra per la colonna) e con la sua posizione finale. Il software invia la risposta. La presentazione del software non era stata modificata: niente di più semplice. Il software era stato concepito per essere utilizzato da chi l'aveva ideato e da nessun altro.

In conclusione, sembra che si abbia a che fare con un software di aiuto alla decisione, che consiste nel presentare una scelta di risposte a una situazione data che è sempre la stessa. Per la grande complessità del contenuto del software che abbiamo dovuto analizzare sarebbero state necessarie ulteriori ore di lavoro. Ma poiché i dati sono stati distrutti, ogni speranza di comprensione è definitivamente svanita.

La prima volta che il commissario aveva letto queste righe, era stato tentato di telefonare al direttore del laboratorio dell'università per fargli una lavata di capo di prim'ordine, di quelle che di solito riserva ai suoi imputati più recalcitranti. Poi ci aveva ripensato.

Dato che una partita di scacchi comporta in media settantacinque mosse, e ogni situazione data della scacchiera offre generalmente una quarantina di possibilità al giocatore che ha la prima mossa, il commissario aveva calcolato che il numero totale di partite possibili era approssimativamente calcolato dall'espressione 40^{75} (oppure era 75^{40}? No, era proprio 40^{75}). Un valore in confronto al quale la capacità di memoria di decine di grossi computer sarebbe stata insufficiente in modo ridicolo. Ecco perché Marco aveva lavorato a una nuova matematizzazione degli scacchi, per ridurre le esigenze in termini di memoria e di tempi d'esecuzione del suo software.

Di software che giocano a scacchi ne esistono tanti, ma questo non assomigliava a nessun altro. La vittima aveva un bel rimpinzarsi di noccioline per tutta la giornata trafficando sul suo computer senza dimostrare molta considerazione per il mondo esterno, in ogni caso, a partire dalle sue conoscenze di teoria matematica dei giochi, delle sue capacità in informatica e di una rara forza di volontà, aveva realizzato quel che nessuno era riuscito a fare prima di lui: un software che determinava una strategia vincente agli scacchi. Una strategia la cui esistenza era garantita dal teorema di Zermelo e Von Neumann.

Distrutto il software di Marco, il mondo degli scacchi dispone di un nuovo rinvio: finché non si ripresenterà qualcuno altrettanto competente, ostinato e creativo, i grandi campioni non avranno molto da temere dalla spada di Damocle che il teorema di Zermelo e Von Neumann rappresenta per il loro gioco.

La sera del delitto, Viniyarin era pertanto andato a casa di Marco per rendere omaggio al vincitore e per discutere. Quest'ultimo, incapace di concepire la cattiveria al di fuori dei romanzi di fantascienza, era stato probabilmente molto fiero di esibire il suo software davanti al grande maestro. Il software che trasformava un gioco

millenario in un enigma morto. A che pro continuare a giocare ancora a un gioco che l'informatica riduceva a una successione di calcoli razionali disincarnati? Di fronte a un tale avversario, i campioni di scacchi non sarebbero ormai diventati altro che fenomeni da baraccone, come quelle persone che sanno calcolare con tale rapidità le radici quadrate da competere con le calcolatrici. Applauditi per il tempo di uno spettacolo, non di più. Certo, il software di Marco non avrebbe mai potuto impedire al brigadiere Niven di continuare a battere i suoi colleghi agli scacchi nelle lunghe notti di guardia. Ma che ne sarebbe stato del sogno?

L'assassino di Marco aveva valutato in fretta che il software aveva poche possibilità di sopravvivere al suo creatore, quello studente geniale ben felice di stupire i suoi professori ma niente affatto interessato a entrare nella Storia. Viniyarin aveva agito per salvare la sua passione da un'umiliazione che poteva decimare in breve tempo le fila dei suoi adepti.

La coscienza professionale del commissario si ribella per un'ultima volta contro l'idea che tutto questo sta per essere sepolto per sempre. Ma a che cosa servirebbe svelare questo segreto? Pur compreso alla luce di questo movente per lo meno sbalorditivo, l'omicidio resta comunque senza premeditazione. In ogni caso, la pena di Viniyarin rimarrà la stessa.

Le dita del commissario si aprono, il fascicolo si richiude. L'uomo si volta verso la finestra, pensando che la vittima di Viniyarin non era solo un piccolo genio che un giorno avrebbe potuto impadronirsi della sua corona. Era altrettanto colpevole, l'omicida di un gioco leggendario. L'assassino degli scacchi.

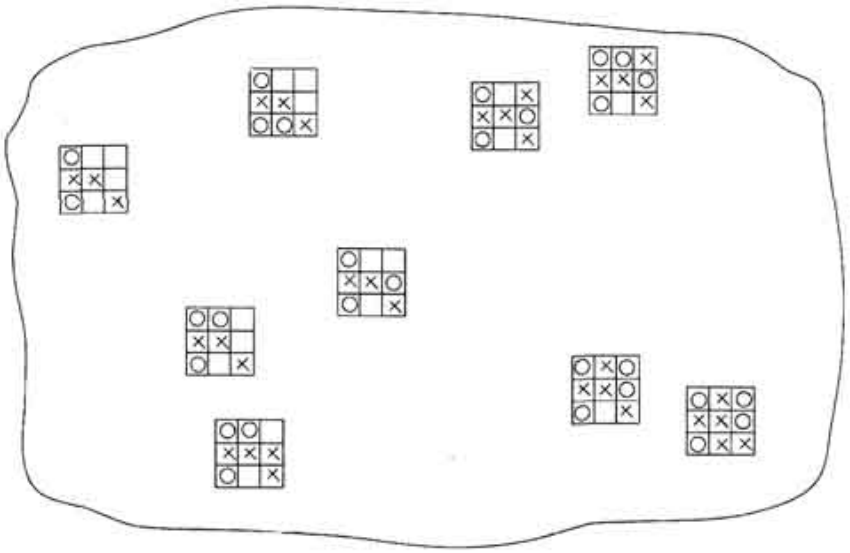
Appendice

Il teorema di Zermelo e Von Neumann è il primo in cui il concetto di gioco è stato considerato in un'ottica puramente matematica, un'idea che ha fatto nascere la teoria dei giochi. Se le ricerche del tedesco Ernst Zermelo sull'argomento risalgono al 1912, Johannes Von Neumann vi si è interessato durante la seconda guerra mondiale. Le applicazioni pratiche della teoria dei giochi riguardano in particolare l'economia: un mercato, per esempio, può essere visto come un gioco nel corso del quale ognuno cerca di aumentare la sua fortuna, eventualmente a scapito degli altri.

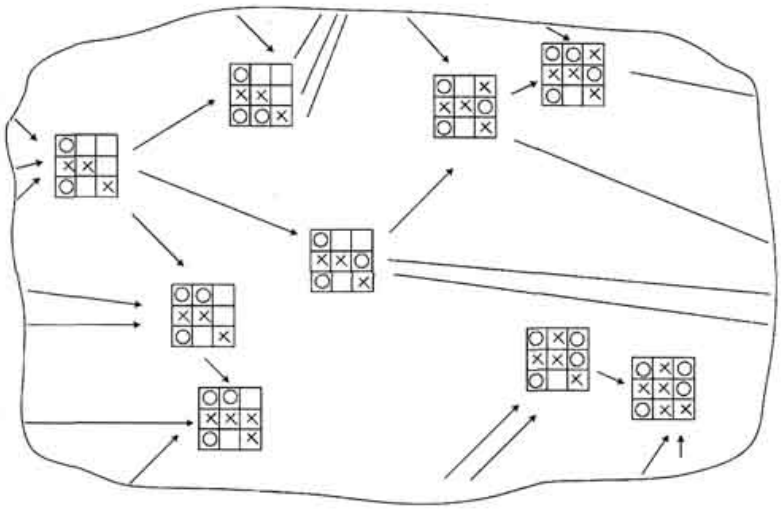
Dal punto di vista matematico, un gioco è il risultato di un insieme di situazioni possibili e di collegamenti tra queste situazioni. Il gioco parte da una situazione iniziale, che il primo giocatore fa evolvere verso una nuova situazione tra quelle autorizzate dalle regole del gioco, poi è il turno del secondo giocatore, e così via (possono esserci anche più di due giocatori).

Prendiamo in considerazione un gioco, e raggruppiamo in una stessa figura l'insieme di situazioni che nel corso di quel gioco possono verificarsi. Per il tris, ad esempio, una «porzione» di questa figura è quella illustrata in alto nella pagina seguente (la figura intera è ovviamente più grande), e ogni griglia possibile rappresenta una situazione .Si completa quindi la figura collegando tramite frecce le situazioni che si susseguono; una freccia cioè collega una situazione a un'altra ogni volta che un giocatore confrontato alla prima situazione è libero di farla evolvere con una mossa verso la seconda.

Nel tris, il numero di frecce è molto più grande della quantità di situazioni possibili (che è già abbastanza elevata) e, anche sulla porzione precedente, sarebbe molto pesante rappresentare tutte le frecce che partono o arrivano su una delle situazioni presentate.



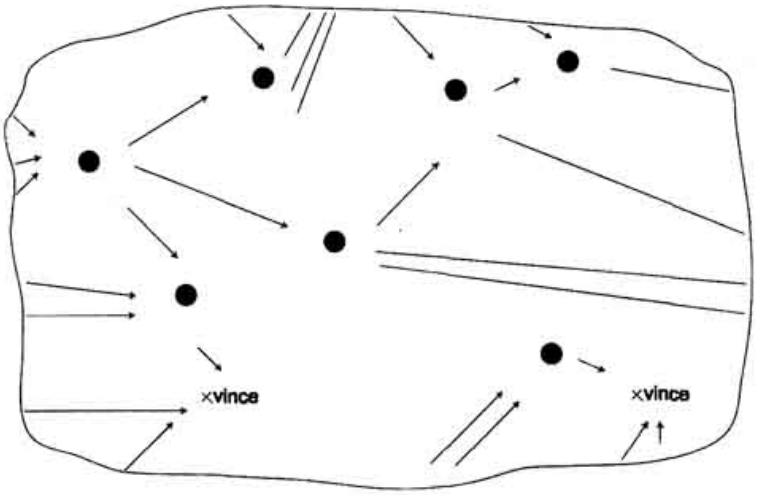
Ecco comunque un'idea di come dovrebbe il risultato (che non contiene tutte le frecce; le linee rappresentano delle frecce che partono verso situazioni che non appaiono sulla nostra porzione).



Su una figura simile, lo svolgimento di una partita a tris corrisponde a uno spostamento di griglia in griglia, seguendo le frecce, fino a raggiungere una situazione di fine partita. Ne risulta quindi che, in modo un po' inatteso, le stesse situazioni del gioco rappresentate sulla figura non forniscono in realtà nessuna informazione.

Le si può così rappresentare con dei semplici punti, e la struttura matematica resta rigorosamente la stessa. Ci sono però due eccezioni: è opportuno far apparire in modo distinto il punto che corrisponde alla situazione iniziale del gioco, e sui punti corrispondenti a una situazione finale citare il nome del vincitore (o indicare se si tratta di una partita nulla).

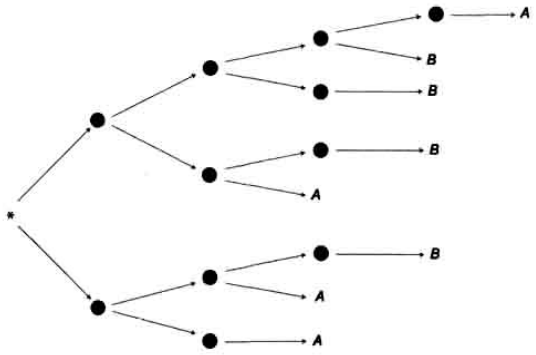
La struttura matematica che si costituisce alla fine si chiama *grafo orientato,* ovvero un insieme di punti collegati tra loro da frecce:



Considerare un gioco come un grafo orientato presuppone due ipotesi implicite sulla natura stessa del gioco. La prima consiste nel supporre che si tratti di un gioco «di pura riflessione», in cui cioè il caso non interviene. (Per inserire il caso, si utilizzano dei grafi *ponderati,* in cui a ogni freccia che porta dallo stato *A* allo stato *B* è assegnato un coefficiente che traduce la possibilità che, partendo dallo stato *A,* il gioco passi nella mossa seguente allo stato *B).* La seconda è che il gioco sia «a

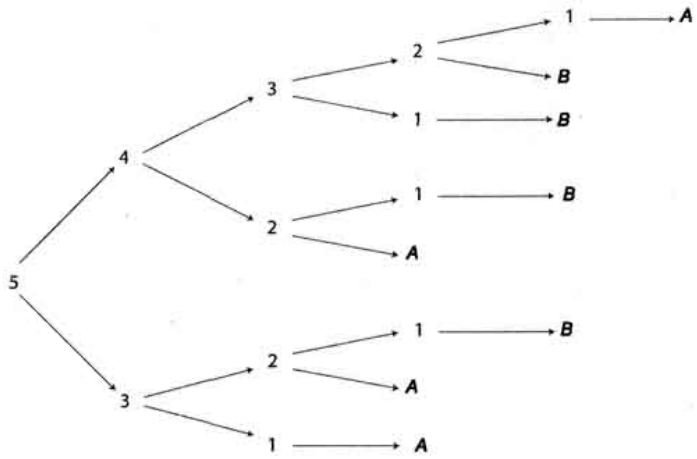
informazione completa», ossia che i due giocatori abbiano in ogni momento una conoscenza perfetta dello stato del gioco (contrariamente al gioco di carte, in cui la mano di ogni giocatore è segreta) e di quel che è consentito fare. D'ora in avanti, il concetto di «gioco» sottintenderà «di pura riflessione e a informazione completa».

A ogni gioco corrisponde pertanto un grafo e, viceversa, ogni grafo corrisponde a un gioco. Per esempio: sapreste immaginare un gioco con regole semplici il cui grafo sia il seguente, dove la situazione iniziale è il vertice contrassegnato con * e i vertici contrassegnati con *A* o *B* indicano la fine del gioco e il nome del vincitore?



Questo grafo presenta due caratteristiche fondamentali. La prima è che il grafo è *senza ciclo:* c'è una progressione irreversibile verso la destra, e nessun giocatore può fare una mossa per far tornare il gioco a uno stadio precedente. La seconda è che il grafo è *finito:* ha un numero finito di vertici (in questo caso, 20). Queste proprietà fanno sì che il gioco a un certo punto si debba necessariamente fermare, sia che vinca *A,* sia che vinca *B.*

Attribuiamo ora dei numeri ai vertici nel modo seguente:

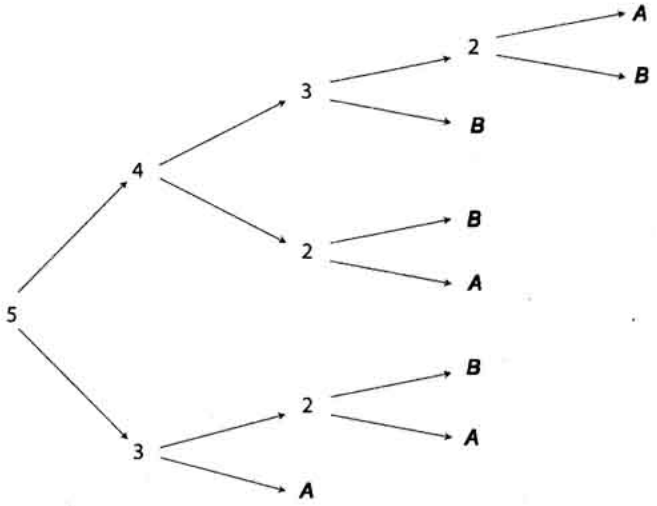


Questo completamento del grafo permette di tradurre il gioco in termini più familiari: un sacchetto contenente cinque biglie, ogni giocatore ne prende a turno una o due. Il giocatore *A* inizia e il vincitore è colui che prende la (o le) ultima/e biglia/e. Si tratta del cosiddetto *gioco dì Nim.* I numeri indicati su ogni vertice del grafo indicano la quantità di biglie che rimangono alla fine di ogni mossa: come per le griglie situate sul grafo del tris, questi numeri servono unicamente a facilitare la comprensione dello studio.

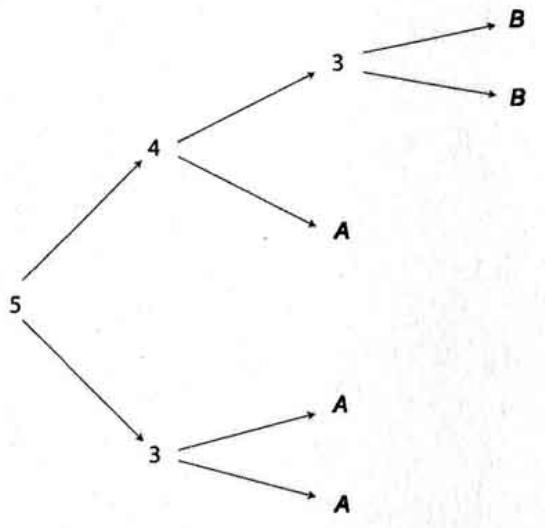
Nel grafo riportato qui sopra, è chiaro che, giunto a un vertice numerato con 1, il gioco è virtualmente terminato: chi tra *A* e *B* avrà preso l'ultima biglia avrà vinto. Dal

punto di vista della designazione del vincitore finale, è come se si togliessero al grafo le frecce che partono dai vertici numerati con 1 e che si sostituissero tutti questi 1 con il nome del vincitore corrispondente.

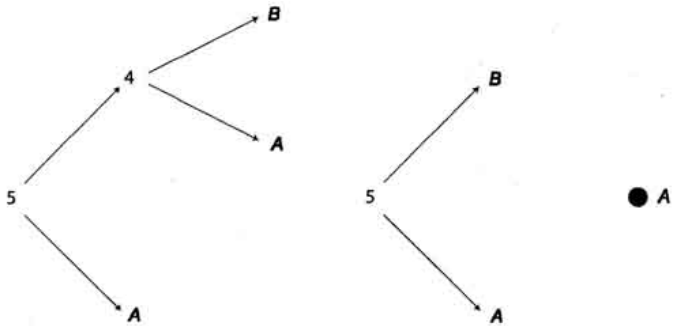
Ecco che cosa si ottiene:



Occupiamoci ora dei vertici contrassegnati 2 su questo nuovo grafo. Ognuno di essi porta sia alla vittoria di *A,* sia a quella di *B:* è chiaro che, a meno di supporre un giocatore particolarmente poco sveglio, colui che deve giocare in quel momento orienterà la partita a suo vantaggio. Arrivato a un vertice numerato 2, non esiste quindi più una vera suspense e si può nuovamente ridurre il grafo, designando come vincitore colui a cui tocca giocare nel momento in cui restano due biglie nel sacchetto. Non è difficile sapere a chi tocca giocare in un momento determinato, poiché sappiamo che è il giocatore *A* che comincia. Sulla figura precedente, il 2 che si trova in alto viene raggiunto dopo tre mosse (due *di A,* una di *B),* pertanto tocca a *B* giocare (ed è quindi lui che vincerà). Viceversa, toccherà *ad A* giocare negli altri due casi in cui si arriva a 2. il grafo del gioco si trasforma perciò in questo:



Ora, sono i vertici numerati 3 a non rappresentare più una sorpresa e quindi per loro si possono cancellare le frecce in uscita e sostituire il numero con il nome del vincitore. Proseguendo questo tipo di ragionamento, il grafo si restringe, fino a ridursi a un unico vertice che dichiara vincitore il giocatore *A.*



La conclusione che si impone è pertanto la seguente: se il giocatore *A* non commette nessun errore, è sicuro di uscire vincitore da questo gioco, qualunque sia la tattica del giocatore *B*

Naturalmente, in questo esempio, il ricorso al grafo non è necessario: ragionare a partire dalle regole del gioco di Nim permette di arrivare altrettanto rapidamente alla soluzione. La differenza sta nella portata del ragionamento svolto per mezzo del grafo. Infatti, la riduzione progressiva delle dimensioni del grafo funziona in realtà *per qualsiasi gioco* (sempre a patto che sia finito e senza ciclo). Tralasciamo la dimostrazione del caso generale, un po' tecnico, ma che non differisce, in sostanza, dal procedimento utilizzato nel nostro esempio. Per *tutti* i giochi, è possibile ridurre il grafo corrispondente a un solo vertice che designa un «vincitore obiettivo», cioè colui che è sicuro di vincere purché non commetta errori (nel nostro esempio si tratta del giocatore *A,* per altri giochi sarà il giocatore *B).* Non è molto difficile affinare lo studio per tenere conto della possibilità di partite che finiscono in parità.

Questo abbozzo di dimostrazione del teorema di Zermelo e Von Neumann dimostra che solo gli eventuali errori dei giocatori permettono di mantenere viva la suspense di una partita. Questa prova consente, una volta conosciuto il grafo, di costruire esplicitamente una strategia che permetta al «vincitore obiettivo» di vincere effettivamente in tutte le mosse.

Il gioco degli scacchi è un gioco finito e senza ciclo, con qualche sfumatura che ha dato adito a polemiche di secondaria importanza. Per questo gioco, quindi, esiste sia un «vincitore obiettivo» (i Bianchi o i Neri), sia un «risultato di parità obiettivo». Costruendo il grafo associato al gioco degli scacchi seguendo il percorso che abbiamo seguito per il gioco di Nim, si potrebbe pertanto conoscere il miglior modo di giocare a scacchi. Se questa procedura non è mai stata seguita, è a causa delle dimensioni smisurate del grafo del gioco degli scacchi, grafo che bisognerebbe tuttavia conoscere interamente per poter applicare la ricetta data dal ragionamento precedente. Siamo lontani da tutto ciò. Perfino la riduzione del numero delle partite possibili oggi è inaccessibile: tutto quel che si conosce al momento è un ordine di grandezza, stimato a partire dal quantitativo medio di mosse in una partita e dal numero medio di scelte possibili per ogni mossa. Si ritiene che il numero di partite possibili si scriva con circa centoventi cifre...

Se, dopo il 1997 e la vittoria della macchina Deep Blue sul campione Garry Kasparov, il computer sembra aver preso definitivamente il sopravvento sul cervello umano nel gioco degli scacchi, i software comunque funzionano a partire da euristiche, ossia da schemi generali che consentono loro di valutare una situazione, ma senza certezza assoluta riguardo alla mossa migliore da giocare.

Nel 2001, l'università scozzese di Aberdeen ha annunciato la creazione di un dottorato in gioco degli scacchi. Ampiamente riportata dalla stampa, che annunciava anche un possibile corso tenuto da Garry Kasparov, l'iniziativa ha avuto breve durata, dato che il suo promotore ha lasciato l'università prima di essere riuscito a portare a termine il progetto. La strategia ottimale la cui esistenza è garantita dalla teoria sarà forse scacciata a partire da un'altra iniziativa di questo genere? In ogni caso, la sua scoperta sicuramente non avverrà nell'imminente futuro.

Il muro dei 100 metri

Conferenza tenuta da Lord Simpson,
membro del Comitato internazionale olimpico

Ginevra, 13 luglio 2067

Signor Presidente, signore e signori membri del Comitato, signore e signori ministri e rappresentanti delle delegazioni internazionali, signore e signori,

da quasi due secoli, le Olimpiadi scandiscono la vita dello sport su scala planetaria, con il più grande beneficio per l'Umanità.

Anche se non si possono nascondere nella loro storia eccessi e sregolatezze, le Olimpiadi hanno comunque permesso lo sviluppo di molte regioni del mondo; hanno illuminato e riflesso i problemi delle società e hanno contribuito a un'umanizzazione dei rapporti tra le nazioni.

Questa ideologia di pace è l'anima stessa dello sport: superamento di sé nella competizione, arretramento continuo dei limiti del possibile. Chi poteva immaginare, all'alba del XX secolo, che il progresso avrebbe permesso di triplicare l'altezza che raggiungevano ai quei tempi i campioni di salto con l'asta? Tante imprese incise per sempre nella memoria dei giochi hanno plasmato lo spirito olimpico, creato ambizioni sempre nuove, record sempre battuti, frontiere sempre eliminate. Dopo le gloriose conquiste sportive di cui possono fregiarsi gli ultimi due secoli, poteva sembrare legittimo considerare il futuro come un portatore eterno di imprese sempre più splendide. Sono qui ad annunciarvi che non è così, anzi, è il contrario. Di fronte alla situazione critica cui assistiamo oggi, solo una decisione dolorosa può permetterci di evitare il peggio. È sempre difficile rivestire il ruolo delle Cassandre, ma adesso che un fatto inevitabile, scientificamente provato, minaccia il futuro stesso della nostra istituzione, è nostro dovere affrontarlo in modo lucido e pragmatico, per evitare che dei principi fondati in tempi passati vengano a far morire le Olimpiadi e tutto quel che comportano in termini di grandezza e di umanità.

Ai tempi dei primi giochi moderni, la corsa dei cento metri si corre in più di 11 secondi. La scienza dello sport è ancora poco sviluppata, le tecniche di allenamento, la dietetica e anche la medicina dell'epoca non hanno niente a che fare con quelle che diventeranno in futuro. L'emulazione suscita un lavoro accurato sui migliori metodi da applicare per migliorare le prestazioni. Il perfezionamento delle tecnologie accresce ulteriormente la possibilità di battere dei record: scarpe da corsa, tute aerodinamiche e rivestimenti delle piste favoriscono la realizzazione di performances sempre più straordinarie. È l'età dell'oro dei giochi olimpici.

Il primo allarme si manifesta nel 2014, quando cinque corridori di una batteria di qualificazione per i giochi compiono una corsa in tempi talmente vicini da rendere necessario uno spareggio tramite una corsa supplementare. Nel corso di questa prova, secondo quanto registrato dai cronometri, tre di loro effettuano ancora delle prestazioni identiche. L'accaduto non incide sulla competizione in sé, ma il suo carattere di eccezionalità suscita comunque le prime riflessioni profonde su quel che oggi è il problema più grande con cui ci siamo mai confrontati

A quell'epoca, era troppo presto per allarmarsi. Certo, fatti di questo genere si sono verificati sempre più regolarmente a partire dagli anni Venti, ma il rischio di vedere una simile coincidenza cronometrica ai massimi livelli resta irrisoria. Il numero di atleti partecipanti pervenuti ai vertici della gara è effettivamente troppo basso.

Nel 2025, quando viene infranta per la prima volta la barriera fino ad allora mitica dei 9 secondi e 70 nei 100 metri, si delineano con maggiore precisione i commenti su quanto si sta preparando e di cui l'episodio del 2014 è stato un segno precursore.

A partire dal 2025, tutti i teorici seri sanno che non manca molto prima che avvenga l'irreparabile.

Per capire fino a che punto le cose sono cambiate dal 2014, è sufficiente ricordare quello che potrebbe sembrare solo un aneddoto per specialisti: fino a quella data, i tempi dei corridori venivano riportati dalla stampa *al centesimo di secondo,* senza che a nessuno venisse in mente di chiedere una maggiore precisione. Bisogna attendere la «corsa dei Cinque» del 2014 perché i media comincino a fornire ai lettori le cifre più precise a loro disposizione, menzionando sistematicamente i millesimi di secondo, poi i decimillesimi e infine, a partire dal .2042, i centimillesimi.

L'importanza assunta nelle nostre società dallo sport in generale e dalle Olimpiadi in particolare ha favorito la comparsa di atleti di altissimo livello, di individui di cui si nota fin dalla più tenera età il potenziale fisico e mentale e da cui si è in grado di trarre il meglio per farne dei campioni. Questi atleti sono degni della più alta considerazione, naturalmente, ma diventa sempre più difficile distinguerli: tutti applicano le migliori capacità consentite dal loro corpo, tutti limano i loro difetti, offrendo così le qualità ottimali per la loro disciplina. Risultato: i nostri campioni realizzano dei tempi sempre più vicini tra loro, quindi diventa necessario aggiungere sempre più cifre dopo la virgola per distinguerne le prestazioni. Attualmente, i tempi migliori nei 100 metri variano tra i 9 secondi e 70 e i 9 secondi e 68. Solo ricorrendo alla precisione al centimillesimo di secondo si può mascherare un po' la straordinaria esiguità di questo intervallo e dissertare su degli scarti di cui non si può far altro che constatare la natura irrisoria. Che differenza c'è, infatti, tra il record dell'anno, stabilito a 9,68281 secondi e il dodicesimo miglior tempo di questa stagione, di 9,68453 secondi?

Ma se l'atletica è in crisi, è anche perché parte del fascino esercitato dalle Olimpiadi, e più in generale da tutte le manifestazioni sportive, è dato dai *record.* Tutti gli organizzatori di manifestazioni sperano che una tale prestazione «cadrà» nel corso dell'evento, per garantire pubblicità e accrescere la loro fama. Le Olimpiadi non sfuggono a questa regola. Negli sport come la boxe, la scherma, il pattinaggio o il judo, non ci sono in realtà dei record da battere. Queste discipline possono quindi legittimamente considerarsi al sicuro. Ma in atletica, a ogni gara abbiamo l'occhio

puntato sul record da battere: nel lancio del giavellotto, nel salto in alto, nel salto triplo, nella corsa...

E questi record non vengono battuti da anni. Nei 100 metri, i 9,67567 di Hishura Mabata sono il punto di riferimento dalle Olimpiadi di Porto, svoltesi più di vent'anni fa.

Ci si può meravigliare del fatto che ci interessiamo solo ora al problema, mentre i matematici sanno almeno dal XX secolo che «ogni serie decrescente minorata è convergente». I record successivi ai 100 metri formano una lista di numeri tale che ogni numero è più piccolo di tutti quelli che lo precedono. Un minimo di riflessione mostra che tutto ciò non potrà continuare all'infinito: c'è necessariamente un limite, non foss'altro per il fatto che nessuno correrà mai i 100 metri in meno di 0 secondi.

Per qualsiasi tipo di corsa esiste quindi un tempo, che chiameremo M, che rappresenta un *muro,* un orizzonte invalicabile dalle capacità umane. Questo numero M è l'equivalente per il genere umano di una costante della fisica come la velocità della luce o la massa di una particella elementare. Non conosciamo il suo valore esatto (per i 100 metri forse è il tempo realizzato da Mabata), né la ragione per cui il suo valore debba essere questo piuttosto che un altro, ma la sua stessa esistenza prova che stanno per finire i giorni in cui i record si battono abbastanza spesso per assicurare all'atletica una pubblicità frequente, ma al tempo stesso raramente, perché ogni nuovo record sia un evento.

La prima disciplina colpita dal problema del muro è stata la corsa dei 100 metri, per la quale sono state inventate probabilmente tutte le tecniche di miglioramento, dato che l'emulazione per questa «regina» delle discipline è la più antica. Ma ora il problema riguarda anche altre categorie.

Le federazioni di alcune discipline hanno l'ingenuità di credersi al sicuro: sostengono che ciò che è vero per una serie decrescente minorata, non lo è per una serie crescente qualsiasi. Per fare un esempio: nel salto in alto, si ha a che fare con una serie di record che costituiscono dei numeri sempre più grandi, che si avvicineranno a un determinato limite solo se esiste un *maggiorante* nella serie, cioè un limite di cui si possa dimostrare che non sarà mai superato. Se si ha un minorante incontestabile della serie di record dei 100 metri (0 secondi), per il salto non esiste nessun maggiorante equivalente.

È necessario dire che questa argomentazione è ingannevole? Se è vero che non si può dimostrare *matematicamente* che nessuno salterà mai oltre i 5 metri, la prova può venire dalla biologia umana.

Come si può rimediare al problema? Da sempre, la ricetta per migliorare le prestazioni è la stessa: innovazione. Gli scorsi decenni hanno migliorato tutto quel che si poteva migliorare in termini di preparazione fisica e mentale, di tecnica e di tecnologia.

L'ultimo progresso importante risale al 2048. In occasione dei campionati del mondo di atletica di Rio, Srinivasa Tarapayan ha vinto la finale dei 10.000 metri uomini utilizzando degli occhiali a immagini virtuali. La tecnologia non era nuova, era nota infatti a tutti gli appassionati di videogiochi, ma nessuno aveva avuto l'idea di applicarla alla corsa: dal bordo della pista, l'allenatore di Tarapayan inviava al suo allievo l'animazione di una «lepre», avversario virtuale che correva davanti a lui per

stimolarlo.

La cosa ha fatto molto scalpore all'epoca, anche se molti hanno contestato l'efficacia del metodo, affermando che gli avversari «reali» costituiscono una motivazione ben superiore a quella di una lepre virtuale. Resta il fatto che prima della sua impresa, Tarapayan non era un corridore per il quale si prevedesse un destino da campione del mondo.

La «stimolazione mentale» è nata quindi nel 2048. Si sono viste nascere delle opposizioni a questo tipo di aiuto, che alcuni hanno pensato di poter paragonare al doping. Tuttavia, la totale innocuità del procedimento ha subito reso incongruo il paragone con qualcosa che, ben più che un imbroglio, è innanzitutto una pratica molto pericolosa.

Dalla sua prima applicazione, la stimolazione mentale ha fatto molti progressi. La maggior parte dei nostri migliori atleti se ne serve regolarmente, e solo grazie ad essa, negli ultimi anni, si sono potuti battere alcuni record. Per poter fare ulteriori progressi, oggi disponiamo di un solo strumento, che dovremo chiamare *stimolazione fisica.* Si tratterà di sviluppare dei sistemi che permettano di aumentare ulteriormente le potenzialità fisiche degli sportivi, con una grande attenzione però alla salvaguardia della loro salute, sia a breve che a lungo termine. Grazie alla stimolazione fisica, non solo porremo fine alle pratiche «selvagge» e pericolose, ma abbasseremo ugualmente il valore di M fino a raggiungere un valore M' più piccolo. Il nuovo muro si manifesterà pertanto solo tra decenni, forse tra secoli... Una soluzione temporanea, quindi, ma in questo campo, come ho tentato di spiegare, non esiste nulla di definitivo.

Se non accettiamo la stimolazione fisica come prolungamento naturale delle tecniche sportive, dovremo rinunciare alla nostra massima secolare: «Più veloce, più alto, più forte».

Vi ringrazio per l'attenzione.
(Applausi)

Appendice

«Ma dove si fermeranno?»
Coluche

Per dimostrare che una cosa esiste, il modo più semplice spesso è trovarla, o almeno dotarsi di un sistema sicuro per trovarla. Il discorso vale per l'esistenza di una strategia ottimale per gli scacchi di cui si è parlato ne *L'assassino degli scacchi:* anche se i computer di oggi non sono in grado di trovarla, è ragionevole pensare che sia solo una questione di tempo.

Ma l'esistenza di un oggetto matematico può essere provata anche in modo *non-costruttivo,* ossia attraverso un'argomentazione che non fornisce *nessun* sistema di esibire effettivamente l'oggetto. È il caso del valore M denominato «muro dei 100 metri» nelle pagine precedenti, la cui esistenza si dimostra a partire dal teorema enunciato nella storia: «Ogni serie decrescente e minorata è convergente». Analizziamolo nei dettagli.

Una *serie (numerica)* è una lista infinita di numeri, i *termini,* scritti in un determinato ordine. Ecco l'inizio di una serie:

24 6 8 10 12 14

Questo genere di lista figura spesso nei test cosiddetti di «quoziente intellettivo», in cui si chiede di trovare il numero che deve logicamente seguire. Per la lista precedente, l'ipotesi più ragionevole sembra quella di supporre che dopo 14 viene 16, ma dal punto di vista strettamente matematico, non c'è nessuna ragione perché sia così. Se il numero 16 è effettivamente quello che rende più semplice la successione, la nozione generale di serie non impone la regolarità: dopo 14 potrebbero venire allo stesso modo 22, 10, - 4 o perfino π. Di conseguenza, dal punto di vista matematico, non si può dedurre *nulla* sui termini di una serie che segue una lista di numeri dati. Il solo modo di descrivere completamente una serie è darne una definizione, come per esempio: «la serie dei numeri pari scritti in ordine crescente» o «la serie dei record successivi nei 100 metri». Ecco i primi termini di questa serie (la seconda parte, precisa al centesimo, segna l'avvento dei cronometri elettrici, che hanno preso il posto del cronometraggio manuale precedentemente in vigore):

10,6 (Donald Lippincott, Stati Uniti; Stoccolma, 6 luglio 1912)
10,4 (Charles Paddock, Stati Uniti; Redlands, 23 Aprile 1921)
10,3 (Percy Williams, Canada; Toronto, 9 agosto 1930)
10,2 (fesse Owens, Stati Uniti; Chicago, 20 giugno 1936)
10,1 (Willie Williams, Stati Uniti; Berlino, 3 agosto 1956)
10,0 (Armin Hary, Germania; Zurigo, 21 giugno 1960)
9,9 (James Hines, Stati Uniti; Sacramento, 20 giugno 1968)

9,95 (James Hines, Stati Uniti; Mexico City, 14 ottobre 1968)
9,93 (Calvin Smith, Stati Uniti; Colorado Springs, 3 luglio 1983)
9,92 (Carl Lewis, Stati Uniti; Seul, 24 settembre 1988)
9,90 (Leroy Burrell, Stati Uniti; New York, 14 giugno 1991)
9,86 (Carl Lewis, Stati Uniti; Tokyo, 25 agosto 1991)
9,85 (Leroy Burrel, Stati Uniti; Losanna, 6 luglio 1994)
9,84 (Donovan Bailey, Canada; Atlanta, 29 luglio 1996)
9,79 (Maurice Green, Stati Uniti; Atene 16 giugno 1999)
9,78 (Tim Montgomery, Stati Uniti; Parigi, 14 settembre 2002)

Per questa serie, disponiamo di due informazioni supplementari: da una parte la sua *decrescita,* ossia ogni nuovo numero è inferiore a tutti quelli che lo precedono, e dall'altra parte la sua *minorazione per 0,* ossia tutti i termini sono maggiori del valore 0. Queste due proprietà impongono a questa serie di essere *convergente:* i suoi termini si avvicinano sempre più a un determinato valore M. Per capirne il motivo, si può ragionare partendo dall'alternativa che segue: o un atleta arriverà un giorno a correre i 100 metri in meno di 9 secondi, o nessun atleta vi riuscirà mai. Nel primo caso, la cifra delle unità dei termini della serie dei record sarà per sempre un 9 (tranne per i primi casi, superiori ai 10 secondi). Nel secondo caso, si pone nuovamente la stessa domanda per il limite degli 8 secondi, poi dei 7, e così via; alla fine, il processo si ferma, perché non è possibile andare al di sotto del valore 0. Esiste quindi un numero intero di secondi, che chiameremo *s,* al di sotto del quale nessun atleta arriverà mai, ma tale per cui un atleta riuscirà un giorno a stabilire un record compreso tra s e $s + 1$ secondi. Suddividiamo quindi questo intervallo in decimi di secondo: riproducendo il ragionamento precedente, si dimostra che esiste un numero d tra 0 e 9 tale che, da una parte, nessuno scenderà mai al di sotto del tempo di s secondi e d decimi di secondo, dall'altra, qualcuno un giorno supererà il limite di s secondi e $d + 1$ decimi. Ripetendo l'ipotesi per i centesimi di secondo, i millesimi, ecc., i tempi dei record successivi hanno una scrittura decimale che si stabilizza a lungo termine: stessa cifra delle unità, poi dei decimi, poi dei centesimi, poi dei millesimi... Si delinea allora tra le righe, progressivamente, un numero al quale si avvicinano i record.

Questo numero è M.

Il ragionamento precedente, che bisognerebbe completare per renderlo perfettamente rigoroso, garantisce l'esistenza di M, ma in compenso non fornisce *nessun* sistema per determinarne il valore. Il fatto che un milione di record successivi saranno superiori ai 9 secondi non comporta che debba essere *così per sempre.* Se delle considerazioni anatomiche permettono senza dubbio di fissare un limite invalicabile più «sensato» di quello di 0 secondi, resta il fatto che il numero M in sé probabilmente è inconoscibile in tutta la sua precisione. Tutto quel che si può fare è osservare l'evoluzione costante dei record per cercare di estrapolare un limite possibile, ma questo tipo di studi non può affatto essere considerato affidabile, perché non prende in considerazione una possibile evoluzione delle tecniche di corsa (senza che sia necessariamente questione di doping).

In matematica accade spesso che ci si debba confrontare con il paradosso di un

oggetto la cui esistenza è determinata con certezza, ma che non è possibile ottenere in modo esplicito. Questa situazione ha fatto versare molto inchiostro tra il XIX e il XX secolo: molti matematici si sono chiesti se era legittimo accordare uno statuto di esistenza a oggetti che non si potevano designare esplicitamente. I matematici si sono in grande maggioranza schierati per una risposta affermativa, con l'eccezione importante di Leopold Kronecker che stigmatizzava questo punto di vista con una frase diventata celebre: «Dio ha creato i numeri interi, il resto è opera dell'uomo» (sottinteso: gli altri numeri si possono immaginare, ma in realtà non esistono). In tempi più recenti, la comparsa dell'informatica, che può sfruttare solo oggetti costruiti esplicitamente, ha rilanciato l'interesse per la distinzione tra prove costruttive e prove non costruttive.

In pratica, perciò, non si saprà mai *quando* sarà stato raggiunto il muro dei 100 metri, né se potrà mai essere davvero raggiunto. La possibilità per un atleta di raggiungere il valore M dipende dall'intervallo dei numeri che racchiudono l'insieme dei tempi accessibili a un essere umano che corre i 100 metri. Questo intervallo è limitato su un valore inferiore a M (e illimitato per valori superiori, ma i grandi valori di questo intervallo non sono molto interessanti). Sul piano teorico, l'intervallo può essere *chiuso* o *aperto,* cioè può contenere o meno il valore M. Nel primo caso si troverà un atleta che, un giorno, correrà i 100 metri in M secondi, stabilendo un record definitivo che potrà essere uguagliato ma mai superato. Nel secondo caso, i corridori potranno solo avvicinarsi sempre più al valore M, senza mai raggiungerlo. I record saranno quindi battuti all'infinito, ma bisognerà misurare il tempo con una precisione sempre maggiore per continuare a rendersene conto.

La strana storia di un padrone del tempo

«Il-TGV-proveniente-da-Lyone-e-diretto-a-Nantes-è-in-arrivo-al-binario-6.
Vi-preghiamo-di-restare-dietro-la-linea-gialla».

Il treno a grande velocità in questione non ha molta fretta di arrivare. Percorre gli ultimi metri prima di fermarsi con una lentezza esasperante, con uno spostamento così regolare che solo un atto di fede permette ai viaggiatori di sapere che è il treno che avanza e non la Terra che indietreggia.

Naturalmente, questo genere di considerazioni sulla relatività del movimento è l'ultima delle preoccupazioni di Richard Furetière. Per lui, quel che conta è che la Terra si degni di smettere di indietreggiare quando il binario avrà raggiunto il treno. Furetière è un uomo che va di fretta.

Rumori, valige, spintoni. Furetière, abituato alle folle di viaggiatori, fende la marea umana mentre si riaggiusta la cravatta con un gesto meccanico. Bip! Bip! Nel cellulare si sente la voce di Delpierre:

«Furetière? Sono stato trattenuto, arrivo adesso alla stazione della metropolitana».

«Alla metropolitana?» riflette a voce alta Furetière lanciando un'occhiata all'orologio. «Sei stazioni... forse ce la puoi fare per il TGV delle 12.25, ma sei al limite. Se lo perdi, richiamami e andrò da solo al primo appuntamento».

Chiude la comunicazione senza aggiungere inutili saluti, poi si guarda intorno, esitando nella scelta del luogo in cui attendere il suo collega.

«Lo perderà».

Quella voce si è rivolta a lui. Furetière la cerca con lo sguardo, e alla fine scorge un mendicante accovacciato che lo sta fissando con un sorriso misterioso. Un viso dolce, che appartiene a una persona minuta, di età indefinibile.

Per Furetière, come per la maggior parte di noi, un mendicante è nel migliore dei casi una parte della scenografia, nel peggiore un importuno. E un elemento decorativo non parla: Furetière si appresta quindi ad alzare i tacchi facendo finta di non aver sentito. Viene fermato una seconda volta:

«Non mi crede? Pensa che tutto quel che voglio è qualche spicciolo, vero? Ebbene, scommetto un caffè che il suo collega non prenderà il treno».

Appena terminata la sua ultima frase, una banconota di poco valore spunta tra le sua dita scarne. Sorpreso, Furetière tradisce un principio di curiosità.

«Dovrebbe saperlo», spiega il mendicante, «lei che è un giovane dirigente dinamico e pieno di avvenire: è tutta una questione di timing. Il suo collega deve richiamarla, se perde il treno? Allora senta che cosa le propongo: con questa banconota, ci beviamo un caffè e quando il suo collega richiamerà, lei mi rimborserà».

A volte la vita ci regala dei momenti singolari, che non rendono più felici, più ricchi o più saggi e che, però, vale la pena non lasciarsi sfuggire. Anche Furetière, pur abbastanza ottuso, si rende conto di avere l'occasione di vivere un momento di quel genere.

ooooo

Furetière può rallegrarsi di essere sconosciuto in quella città. Il rappresentante di un'azienda rispettabile non ha niente da guadagnarci a mostrarsi con un barbone i cui stracci puzzano di vecchio tabacco. Il cameriere, diffidente, si fa pagare subito la consumazione, prima di sparire dietro il bancone per spiare quella coppia mal assortita.

«La spiegazione della mia affermazione, in se stessa, non merita niente di più di un caffè» confessa il barbone «il suo orologio è indietro di parecchi minuti. Quindi è molto più tardi di quel che pensa, troppo tardi perché il suo collega riesca a prendere il treno».

Furetière ha il sorriso di chi si sforza di dimostrare che sa perdere.

«Deluso?» suggerisce il barbone. «Allora ecco una cosa che forse la interesserà: non ho orologio al polso. E dal punto dov'ero seduto, non si vede nessuno degli orologi della stazione, che del resto non segnano tutti la stessa ora».

«Come può allora essere così sicuro che il mio orologio è indietro?».

«Perché non sono un semplice senzatetto. Il mio corpo e il mio aspetto esteriore lasciano a desiderare, ne convengo. Ma lei non si fermi a questi dettagli, perché ha davanti a sé un uomo di cui non vedrà mai l'uguale, quasi simile a un dio: un autentico Padrone del Tempo».

L'enfasi di quella frase fa pensare a Furetière che il suo interlocutore sia ubriaco, o pazzo. Razza strana, la gente di provincia. Ecco, se non altro, una storia che divertirà i suoi colleghi.

«I miei rispetti, signor Padrone del Tempo» risponde con un tono compiacente, mentre cerca di reprimere un accesso di riso.

«Che lei mi creda o no, ha un momento, vero? Mentre aspetta il suo collega, ascolti la mia storia».

Riunendo le mani davanti alla bocca, Furetière finge attenzione per non sembrare maleducato.

«Tutto è cominciato quando ero solo un ragazzino. A quell'epoca, avevo paura di tutto, soprattutto di notte, quando i vari piccoli rumori della casa diventavano altrettanti mostri nella mia immaginazione infantile. Naturalmente, quale bambino non ha mai avuto paura di notte, quando i suoi genitori addormentati non sono accanto a lui per rassicurarlo? Quelle paure irrazionali, invece di sparire senza lasciare traccia come succede a tutti, mi hanno abbandonato solo a un prezzo del tutto singolare. Strano... Oggi, possiamo mandare un robot su Marte ma nessuno è in grado di rispondere a questa domanda da bambini: da dove viene questo rumore che ho appena sentito in casa? Lei mi dirà che la spiegazione è molto semplice, che è il legno delle porte che scricchiola, o il parquet che si gonfia... ma non sarà mai in grado di spiegare perché un rumore ha luogo in un determinato istante piuttosto che in un

altro, mentre tutto in casa è immobile. Bisogna ammettere che nessuno si pone direttamente il problema; solo i bambini, mossi dalla paura, si interessano a questi rumori. Può fidarsi di un povero diavolo che ha conosciuto molte abitazioni: questi rumori sono ovunque, tranne che in aperta campagna in piena notte. Lì, il silenzio può diventare assoluto, il che del resto non è meno angosciante. Questa notte, nella sua camera d'albergo - o a casa sua, lei che ha la fortuna di avere una vera casa - si metta in ascolto e li sentirà».

Furetière si scotta bevendo il caffè troppo in fretta. L'uomo che gli sta di fronte, invece, aspetta pazientemente che la sua tazza si raffreddi.

«Nessun rumore è angosciante in sé» prosegue. «Sono discreti, non molto frequenti... Sa perché per un bambino sono così terrificanti?».

«No», risponde Furetière cercando di interessarsi a quella conversazione. «Appunto perché non sa da dove arrivano e la sua immaginazione lavora un po' troppo?».

«Non prenda i bambini che siamo stati per degli imbecilli» dice l'uomo senza età, con un tono da predicatore. «Se avevo paura, era perché ogni piccolo rumore colpiva le mie orecchie senza preavviso, senza logica. Con un'unica eccezione».

«Quale?».

«La mia camera era situata vicino alla cucina, dove si trovava la caldaia. Ogni volta che questa si metteva in moto, faceva dei gorgoglii e dei piccoli rumori secchi; questi ultimi si ripetevano sempre più rapidamente mentre la loro intensità diminuiva:

TAC, TAC, Tac-Tac-Tac tactactactac...».

Il barbone ricorda questi rumori come si rievoca una conta imparata a scuola.

«La caldaia aveva questa particolarità» spiega: «se il suo avvio era imprevedibile, tutti i rumori provocati in seguito si succedevano invece seguendo un'immutabile cronologia. Per calmare la mia angoscia, mi concentravo quindi su quest'oasi di razionalità. Essere in grado di prevedere, anche senza poter agire, significa avere meno paura. È questo che ha spinto le civiltà babilonesi a interessarsi ai movimenti degli astri: capire il cielo significa dominarlo».

Furetière sorride a questo confronto fuori luogo tra i rumori di un elettrodomestico scassato e il movimento delle stelle. Dà un'occhiata all'orologio.

«So a cosa sta pensando», lo anticipa il barbone. «Sta pensando che il suo collega deve aver perso il treno, perché non ha chiamato e i minuti passano. Nove minuti in tutto. Ne lasci ancora due o tre al suo collega, è bloccato in metropolitana».

Il tono è sicuro, la voce profonda.

«Ah» sbotta Furetière, «oltre a essere Padrone del Tempo, è anche il Presidente dell'Azienda dei trasporti?».

«In quanto Padrone del Tempo» replica il mendicante, «la metropolitana è uno dei miei regni. Sa che il tempo che impiega la metropolitana tra due stazioni stabilite è incredibilmente costante? Ho sempre detto che "metro" non è il diminutivo di "metropolitana", ma di "metronomo". Niente a che vedere con gli autobus, molto più irregolari e troppo immersi nello spazio urbano. Per tornare al suo collega, il TGV che passa da qui partendo alle 12.25 arriva dalla Gare Montparnasse. Le varie linee di metropolitana che portano alla stazione ci mettono tra gli otto e gli undici minuti per attraversare le sei stazioni di cui lei parlava al telefono. Il suo collega è bloccato in

metropolitana da troppo tempo per sperare di riuscire a prendere il treno: anche il suo orologio, che crede che sia più presto di quanto non sia veramente, sarà d'accordo. Dato che ha tutto il tempo di farlo prima del prossimo treno - quello delle 13.55 - il suo collega uscirà dalla metropolitana e la chiamerà per avvisarla».

Detto questo, il barbone si alza e si dirige in bagno; non vuole perdere l'occasione di fare i suoi bisogni in un luogo pulito e tranquillo. Il cameriere gli lancia un'occhiata di traverso facendo finta di continuare ad asciugare un bicchiere.

oooooo

Quando Delpierre telefona, Furetière è stupito dalla propria mancanza di reale sorpresa. Deve fare uno sforzo per non rivelare il proprio turbamento al suo collega.

«OK, ha vinto» dice Furetière all'uomo che si è seduto nuovamente di fronte a lui. «Il mio collega ha perso il treno e il tratto di metropolitana in cui si trovava è rimasto effettivamente bloccato. Ecco i suoi soldi. Ora mi spieghi che rapporto c'è tra una caldaia che piagnucola e il mio orologio che ritarda».

«Volentieri», risponde il suo invitato. «Ma parlare fa venire sete, io berrei una birra, lei no?».

La diffidenza del cameriere non è scomparsa. Si fa pagare ancora in anticipo le consumazioni.

«Qualche settimana dopo aver perfezionato il mio dominio dei rumori della caldaia», inizia l'uomo dopo aver bevuto il primo sorso di birra, «mio padre comprò un magnifico orologio della Franca Contea. Fu una rivoluzione, perché il suo tic-tac regolare mi forniva uno strumento di misurazione dotato di irreprensibile precisione. Fui così in grado non solo di stabilire la partitura esatta della musica suonata dalla caldaia, ma anche di misurare gli intervalli di tempo tra tutti i rumori notturni della casa. In questo modo fui il primo ad accorgermi che un rubinetto perdeva. Benché fosse praticamente impossibile da notare, la perdita si era tradita al mio orecchio per la sua regolarità: ogni 15,4 secondi cadeva una goccia.

«Non vorrà farmi credere che era in grado di misurare il tempo al decimo di secondo!» protesta Furetière.

«Ma certo» risponde l'uomo con un tono più sorpreso che offeso, prima di ridimensionare: «è vero che, le prime sere, la mia tecnica non lo consentiva. Quando un intervallo di tempo durava più di quindici secondi e meno di sedici, mi accontentavo di supporre che la durata esatta fosse di quindici secondi e mezzo, e poi...».

Furetière si guarda intorno per convincersi che il mondo che lo circonda è ancora quello che lui conosce. Comincia a sudare, una cosa che normalmente gli capita solo davanti a un cliente particolarmente difficile.

«... e poi mi sono reso conto che bastava aspettare più a lungo per aumentare la precisione: se il tempo trascorso tra il passaggio di due gocce è superiore ai quindici secondi e mezzo, allora la terza goccia si farà sentire dopo il trentunesimo secondo che segue il passaggio della prima. In caso contrario, significa che il tempo effettivo che passa tra due gocce è inferiore a quindici secondi e mezzo. Nel caso di quella perdita, il rumore dell'undicesima goccia si produceva 154 secondi dopo quello della

prima. L'intervallo tra due gocce si otteneva perciò dividendo 154 per 10 - e non per 11, contrariamente a quanto avevo creduto all'inizio - ossia 15,4 secondi».

Adesso Furetière è sicuro di avere a che fare con un maniaco depressivo, incapace di concentrarsi su uno stesso argomento per più di quattro frasi e che vaga quindi senza passaggi logici dall'astrologia antica ai problemi di rubinetti. I calcoli che ha appena sentito sono seri, o fanno solo parte del vasto arsenale di divagazioni di cui quell'uomo sembra capace? Quella tirata matematica gli fa venire voglia di trovare al più presto un pretesto per andarsene. Ma non ci sono scappatoie: il suo interlocutore sa che aveva programmato di aspettare Delpierre per il suo primo appuntamento, che non può quindi aver luogo prima dell'arrivo del treno delle 12.25.

«Perciò», taglia corto Furetière, «lei passava le notti guardando il tempo passare».

«Esattamente! Come lei sa, oggi padroneggiamo perfettamente tre dimensioni del nostro ambiente: andiamo sulla Luna, costruiamo palazzi sempre più alti, strade, reti di comunicazione... Pianifichiamo lo spazio, ma cosa facciamo per pianificare il tempo? Tutto quel che facciamo con questa preziosa dimensione, è lottarvi contro, cercare di *guadagnarne.* Come un salmone che volesse lottare contro il corso del fiume che lo trasporta.

La via che ho seguito io è completamente opposta: poiché soffro di una malattia degli occhi che mi rende progressivamente cieco, mi sono a poco a poco disinteressato della spazio per dedicarmi completamente al tempo. Mi sono costruito un orologio mentale che, sono molto fiero di dirlo, è preciso come qualsiasi orologio moderno. Lei obietterà che anche in alcune professioni si impara a seguire il corso del tempo con precisione. I velocisti, per esempio, sanno distinguere dei tempi nell'ordine di qualche centinaia di secondo. Tuttavia, per farlo, devono trovarsi nel pieno dell'azione: sono obbligati a correre per conoscere bene il tempo che passa. Il mio orologio, invece, gira da solo. La spiegazione è che io non penso mai, per così dire, in termini di spazio. Solo il più fine psicologo tra i medici che mi hanno visitato l'ha capito: si vede in primo luogo con il cervello e poiché il mio semplicemente non ha voglia di appropriarsi dello spazio, la mia vista si sta indebolendo irrimediabilmente.

«Questo è sbagliato!» non può trattenersi dall'esclamare Furetière. «I nostri occhi sono fatti per essere aperti. Bisogna vivere nello spazio, perché facciamo parte della società che ci nutre. Tenga, signor Padrone del Tempo handicappato del mondo, accetti questo panino».

Dopo questo assalto, l'eterna alba che Cat Stevens canta alla radio instaura improvvisamente la calma intorno ai due uomini. La conversazione resta sospesa e questa pausa sembra estendersi al mondo intero. Furetière, senza capire, assapora quest'aria di pace come un piatto esotico di cui non riuscirebbe a indovinare gli ingredienti. L'uomo davanti a lui riprende la parola solo dopo un lungo minuto:

«Io sono come il cameriere di questo bistrot», dice, «che non riesce a pensare ad altro che alla mia presenza inopportuna. Perché il mio orologio interno non si accontenta di esistere e di battere come un secondo cuore infinitamente più regolare del primo: ha invaso la mia anima e divora perfino i miei sogni».

L'uomo china la testa, guardando fuori dal locale.

«La mia storia è triste. La cosa non la stupisce, naturalmente: per lei, un

mendicante è solo un fallito, ma lasciamo perdere. Per molto tempo la mia principale ossessione è consistita nel voler determinare i ritorni periodici dei fenomeni che la vita offre alla nostra contemplazione. Il problema è che, a volte, questo ritorno è lungo, molto lungo».

«Troppo lungo?» suggerisce Furetière.

«Troppo lungo, sì. Quando ho saputo che il pianeta Plutone impiega più di due secoli per fare un giro completo intorno al Sole mi sono reso conto che esistevano dei fenomeni che potevano manifestare la loro periodicità solo in un lasso di tempo pressoché infinito. Fu uno choc terribile».

«Questo?».

Anche questo nuovo attacco resta senza risposta e, come il primo, è seguito da un lungo minuto di silenzio. Il mondo si prende un'altra pausa.

«Ho dovuto accettare» riprende l'uomo «che il ritorno di un evento periodico come il nuovo anno sul pianeta Plutone dura più dell'esistenza umana. A dire il vero, ho finto di accettarlo ipotizzando di essere immortale. Certo, centinaia di migliaia di persone sono vissuti e sono morti, ma ce ne sono a miliardi che oggi lottano per smentire il ragionamento induttivo secondo il quale la morte sarebbe inevitabile. *Induttivo,* quindi assolutamente *arbitrario.* Qualcuno, non so chi, spiegava la natura ingannevole dei ragionamenti induttivi con la storia del tacchino che, basandosi sull'esperienza, crede che gli porteranno da mangiare ogni mattina all'infinito, fino al giorno in cui arriva il 25 dicembre... Morire o vivere, si fa quel che si vuole con un ragionamento induttivo. Così, ritenendomi immortale, ho potuto superare questa prima angoscia».

Solo in quel momento Furetière capisce che non farà ridere i suoi colleghi con la storia di quest'uomo. Man mano che scorrono i minuti, si rende conto che non parlerà mai a nessuno di questa conversazione, nemmeno aggiungendo quei trucchi che tanto spesso si usano per abbellire una storia.

«Poi che cosa è successo?» chiede.

«Il secondo choc si è verificato quando ho capito che l'eternità in sé poteva non essere abbastanza. È stato un astronomo a darmi il colpo di grazia. Sempre preoccupato per Plutone, ero andato a una conferenza di divulgazione sull'astrofisica tenuta da quel famoso esperto del Quebec con la barba lunga. Quando ebbe terminato il suo appassionante discorso, mi avvicinai allo scienziato e gli chiesi se conosceva la durata esatta del periodo di rivoluzione di Plutone intorno al Sole: i testi di astronomia non riportano tutti lo stesso valore. Si trovano cifre tutte vicine ma io avevo bisogno della precisione più rigorosa. Ed è lì che arrivò lo choc».

Furetière smette per un momento di mangiare, preparandosi ad ascoltare un discorso complesso.

«Il conferenziere mi spiegò che era praticamente impossibile determinare la durata esatta della rivoluzione di un pianeta intorno al Sole, che ci sarebbe stato sempre un margine di incertezza. Peggio ancora: era molto probabile che il rapporto tra le durate di rivoluzione della Terra e di Plutone non potesse esprimersi per mezzo di una frazione di due numeri interi, il che implicava che non si sarebbero mai visti questi pianeti due volte nella stessa configurazione».

Furetière sente che il ragionamento gli sfugge. Perciò fa una cosa che raramente si

fa in questi casi: confessa di non aver capito.

«Supponiamo» spiega l'uomo «che la Terra e Plutone si trovino entrambi su un'immaginaria linea di partenza, in allineamento con il Sole. La mia abitudine di imbattermi sempre su ritorni periodici mi faceva credere che, aspettando abbastanza a lungo, si sarebbero visti nuovamente la Terra e Plutone attraversare contemporaneamente la stessa linea. In quel preciso momento, la Terra avrebbe allora compiuto un certo numero di orbite e anche Plutone: il rapporto tra questi due numeri interi avrebbe dato il rapporto tra le durate di rivoluzione dei due pianeti, in una versione cosmica del problema della perdita del mio rubinetto».

Questa volta il paragone regge. Al di là degli esempi, Furetière intravede una realtà più profonda mentre il suo interlocutore continua:

«Supporre che in un lasso di tempo più o meno lungo la Terra e Plutone ripassino simultaneamente dalla linea di partenza implica dunque *necessariamente* che il rapporto tra i loro tempi di rivoluzione possa esprimersi nella forma del rapporto di due numeri interi, ossia di una frazione. Ma nulla ci permette di affermare che questo sia il caso della Terra e di Plutone. Il conferenziere mi spiegò tutto questo con lo stesso atteggiamento del ragazzo dell'obitorio che mi mostrò il corpo di mia madre: dolcemente, ma senza immaginare lo choc che mi costringeva a sopportare».

L'uomo muove impercettibilmente le labbra prima di proseguire:

«Per risolvere il mio dilemma intellettuale, decisi alla fine che l'inferno di Plutone non era affar mio. Non c'era niente di dimostrato: l'irrazionalità del rapporto tra i tempi di rivoluzione non era dimostrata, e probabilmente non era nemmeno dimostrabile, come l'astronomo aveva ammesso. Ma alcuni mesi dopo, feci la mia terza e ultima scoperta, la più terribile, che fece saltare gli ultimi chiavistelli di protezione della mia coscienza.

L'ho già detto, il conferenziere si era limitato ad aprire una possibilità parlando dell'eventualità che il rapporto tra le due durate non sia una frazione. Non sono stato sorpreso del modo in cui vengono chiamate queste strane quantità: *irrazionali.*

I numeri irrazionali hanno cominciato a esistere, per me, solo in una sorta di finzione intellettuale senza sostanza, come il pianeta Plutone, di cui sia lei che io abbiamo una conoscenza puramente astratta. Certo, avendo studiato la geometria a scuola, mi sono ricordato per esempio che il numero π è irrazionale: se così non fosse, non gli avrebbero dato un nome, ci si sarebbe accontentati di scrivere la frazione corrispondente. Ma per π la situazione è diversa: esso esprime il rapporto tra la circonferenza del cerchio e il suo diametro, e quindi la sua definizione è legata a ciò che non mi ha mai molto interessato: lo spazio. Ha notato che la geometria che si insegna a scuola è sempre statica? Il tempo non vi ha alcun ruolo».

«Come trovare un nesso, in queste condizioni?».

«Ho cercato di introdurre il tempo nella geometria per invadere lo spazio. Il numero % ha un significato esclusivamente spaziale: prenda due corridori che vanno alla stessa velocità, uno gira intorno al cerchio, l'altro va e viene lungo il diametro. È possibile che, partiti dallo stesso punto, ci ritornino contemporaneamente dopo un determinato lasso di tempo?».

L'uomo aspetta una risposta da Furetière, che può solo limitarsi a fare una smorfia davanti a un problema che è al di sopra delle sue capacità.

«Se i due corridori si riuniscono in un determinato momento», spiega l'uomo con una pazienza che Furetière non ha mai trovato in nessuno dei suo insegnanti di matematica, «allora ognuno di loro avrà fatto un numero intero di volte il rispettivo percorso: *m* giri di pista per l'uno, *n* andate e ritorno lungo il diametro per l'altro. Se il diametro del cerchio è *d,* il corridore che corre lungo il diametro avrà percorso una distanza *nd,* mentre quello che gira in tondo avrà percorso *m* x *πd,* dato che la circonferenza di un cerchio è pari a π volte il suo diametro».

Furetière non riesce a capire tutto. Le spiegazioni sono troppo veloci, avrebbe bisogno di fare un disegno. Tuttavia, egli non è più l'oscuro rappresentante di questa oscura società, non indossa più né giacca né cravatta, non pensa più ai contratti di quel pomeriggio che gli faranno guadagnare una gratifica e i complimenti del suo capo.

Furetière vuole capire.

«Pertanto» prosegue l'uomo, «abbiamo due distanze percorse: *nd* e *m* x *πd.* Queste distanze sono state percorse nello stesso tempo e i due corridori vanno alla stessa velocità. Queste due distanze sono pertanto uguali: *nd= m* x *nd.* Una piccola riscrittura di questa relazione dà a questo punto: π = *n/m.* Il numero π sarebbe quindi uguale al rapporto tra due numeri interi, il che non è possibile perché *π* è un numero irrazionale. Quindi è impossibile che i due corridori ritornino allo stesso punto nello stesso momento. In breve, e poco importa se mi ha seguito del tutto fino a qui, la cosa importante da ricordare è che questo problema di corridori fa passare π dallo statuto di rapporto tra due *lunghezze* (la circonferenza e il diametro di un cerchio) a quello di rapporto tra due *durate* (i tempi impiegati da entrambi i corridori per finire il proprio giro). I numeri irrazionali hanno fatto irruzione nel tempo. Un'intrusione brutale come nel XVII secolo le idee di Galileo che dimostravano che la teoria di Copernico del movimento della Terra, lungi dall'essere una teoria matematica utile solo per fare dei calcoli, non era più solo verosimile, era vera».

Furetière vuole suggerire qualcosa:

«Forse questa invasione è limitata» propone alla fine. «A parte *π* ci sono molti numeri irrazionali?».

«Quasi tutti i numeri lo sono. Quelli che si scrivono sotto forma di frazione sono solo una minima parte del totale, una quantità trascurabile. Non posso più, come prima, chiudere gli occhi e sentire il tempo che scorre ininterrottamente, in una pace totale: tutto questo *continuum* temporale è pieno di irrazionali. Questa immensità di istanti di cui nessuno è un'autentica *frazione di secondo* mi ha fatto rapidamente crollare. Lo psichiatra mi ha spiegato che fino ad allora avevo vissuto ogni scoperta di un ritorno periodico come un orgasmo e che aver capito che la regola era l'aperiodico e il periodico era l'eccezione rappresentava una castrazione simbolica. Di sicuro si è inventato questa spiegazione per darmi l'impressione di prendere sul serio la mia storia. In realtà, egli pensa che trasferisco le mie angosce su queste cose per non affrontare direttamente la morte di mia madre. L'unico evento della mia vita di cui non sono mai riuscito a ritrovare la data esatta, nemmeno l'anno».

Silenzio.

«Ecco» conclude il barbone, «questa è la mia storia. Un buon *timing,* non è vero? Dev'essere arrivato il momento di andare, per lei: il treno che il suo amico ha perso

entrerà in stazione tra tre minuti e visto che lei gli ha detto per telefono che l'ora del suo appuntamento non le avrebbe lasciato il tempo di aspettare l'arrivo del treno successivo, al suo appuntamento non deve mancare molto. Se deve andare in centro, prenda la linea di autobus n°3, qui fuori. Ne dovrebbe passare uno tra un minuto e mezzo. A quest'ora un autobus è puntuale quasi come la metropolitana».

Furetière prende la balla al balzo, senza precisare che in realtà prenderà un taxi.

«Beh, grazie» aggiunge semplicemente, infilandosi di nuovo la giacca e la sua vita di prima. «E a un'altra volta, forse».

«Sono io che la ringrazio del pranzo», risponde l'uomo. «E non dimentichi di regolare l'orologio: attenzione... esatto! Sono le 13.37».

Furetière esce dal bistrot. A quest'ora non dovrebbe aspettare il taxi per più di due minuti.

O forse tre?

Appendice

«Morning has broken, like the first morning...»
Cat Stevens

Si definiscono *razionali* tutti i numeri che possono essere scritti come il risultato della divisione di due numeri interi, detto anche frazione. In particolare, tutti i numeri interi sono numeri razionali: per esempio, 27 può essere considerato come la frazione 27/1. I numeri decimali (quelli che hanno un numero finito di cifre dopo la virgola) sono analogamente tutti numeri razionali, essi corrispondono alle frazioni il cui denominatore è una potenza di 10: si ha per esempio 15,4 = 154/10, o ancora 3,1416 = 31416/10.000. Altri numeri razionali hanno un'infinità di cifre dopo la virgola, come il numero 1/3, la cui scrittura decimale è 0,3333... (un'infinità di volte la cifra 3).

I numeri *irrazionali* sono quelli che, come indica il nome, non sono razionali, non possono cioè essere scritti sotto forma a/b con a e b interi. I numeri $\sqrt{2}$ e π sono due esempi classici di numeri irrazionali (il numero 3,1416, che è razionale, è solo un valore approssimativo di π). Infine, si dice che due numeri qualsiasi, x e γ, sono tra loro in un rapporto razionale quando x/γ è un numero razionale. Naturalmente, due numeri interi sono sempre in un rapporto razionale e si può facilmente dimostrare che due numeri razionali lo sono analogamente sempre. Ma esistono anche dei numeri irrazionali che sono in un rapporto razionale. È il caso di 3π e di 2π, che sono due numeri irrazionali il cui rapporto $3\pi/2\pi$ può scriversi anche con la frazione 3/2.

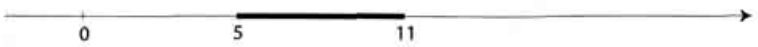
La scoperta dell'esistenza dei numeri irrazionali segna una tappa importante nella storia della matematica. Opera della scuola pitagorica, nel V secolo a.C., questa scoperta è caratterizzata dal fatto di dovere la sua esistenza solo a un percorso intellettuale molto particolare: la dimostrazione matematica. Molte conoscenze matematiche sono anteriori alla scoperta dei numeri irrazionali, come è stato ricordato ne L'*uomo che ascoltava le confidenze del cielo.* Ma il concetto di numero irrazionale ha uno statuto a parte, perché si tratta forse del primo caso nella storia di idea matematica che può emergere *solo* sulla base di una dimostrazione allo stesso tempo rigorosa e astratta, contrariamente a un enunciato come quello del teorema di Talete, per esempio. Quest'ultimo, in realtà, secondo il quale le dimensioni delle ombre sono proporzionali alle dimensioni degli oggetti, viene accettato senza che si imponga la necessità di una prova matematica (ci si trova anche in un caso in cui la dimostrazione rigorosa complica più che spiegare, almeno in un primo tempo). L'esistenza di un numero irrazionale, invece, non è un enunciato «palesemente vero». Inoltre, non è nemmeno possibile effettuare un qualsivoglia esperimento, come un disegno accurato sul quale fare delle misure precise, per farsi un'opinione sul carattere razionale o irrazionale di un numero dato (contrariamente a quanto accade

per teoremi come quello di Pitagora, per esempio, per il quale le misure sui triangoli rettangoli aiutano a farsi un'opinione).

Così, lo studio dei numeri irrazionali fa entrare definitivamente il pensiero nel campo dell'astrazione matematica.

Nel IV secolo a.C., Platone si interessa al ritorno dei pianeti nella loro posizione iniziale. Benché perfettamente al corrente dell'esistenza dei numeri irrazionali, egli non immagina che i tempi di rivoluzione dei corpi celesti possano non essere in rapporti razionali. Nel suo sistema cosmologico, gli astri sono fissati su immense sfere con la Terra al centro e in rotazione intorno ad essa. Queste sfere sono legate le une alle altre da complessi ingranaggi. In questo tipo di rappresentazione, i numeri irrazionali non trovano posto, si può presumere solo l'«eterno ritorno», imposto da rapporti razionali. Si è ipotizzato che alcune idee attuali sull'universo (la teoria del big bang che potrebbe essere seguito da un big crunch - l'implosione dell'universo - poi da un nuovo big bang e così via) sarebbero in parte delle evoluzioni moderne di questa teoria platonica.

L'idea secondo la quale «quasi tutti i numeri sono irrazionali» è stata formalizzata nel XX secolo con la *teoria della misura,* scoperta da Émile Borel e Henri Lebesgue. Questa teoria permette di assegnare una «misura» alle parti di un insieme dato. L'insieme dei numeri compresi tra 5 e 11, che si scrive [5, 11], può essere rappresentato tramite un segmento, incluso in una retta graduata, le cui estremità sono i punti a distanza 5 e 11 dal punto d'origine.



La misura di Lebersgue dell'intervallo [5, 11] è la sua lunghezza, ottenuta calcolando 11-5 = 6. Per insiemi più generali ma comunque non troppo complessi, si ottiene la misura di Lebersgue aggiungendo quelle di ognuno dei segmenti costitutivi.

La nostra buona, vecchia riga graduata mostra però i suoi limiti quando si tratta di misurare degli insiemi più elaborati, come l'insieme dei numeri razionali, la cui struttura è molto più complessa di quella di una semplice unione finita di segmenti. Si può allora ricorrere all'idea di massa piuttosto che a quella di lunghezza. Pertanto consideriamo la retta qui sopra come una sbarra solida omogenea. Misurarne una parte *A* equivale allora a pesare *A,* un procedimento che del resto è già stato utilizzato da Galileo per calcolare l'area di superfici geometriche che non riusciva a ottenere con un calcolo teorico (il piano prende il posto della retta come insieme di riferimento e l'area sostituisce la lunghezza come regola di misura).

Resta il fatto che «pesare» l'insieme dei numeri razionali è possibile solo con l'aiuto degli strumenti astratti della teoria della misura e di considerazioni precise sulla nozione di insieme infinito. Ciò permette di stabilire che la misura dell'insieme di numeri razionali è uguale a 0, un risultato sorprendente che è l'espressione matematica del fatto che i numeri razionali sono una «quantità trascurabile» tra i numeri (ciò non significa, naturalmente, che il loro studio sia privo di interesse).

Si intuiva questo risultato molto prima della nascita della teoria della misura. Se non c'è da meravigliarsi del fatto che il grande matematico Henri Poincaré scriva già alla fine del XIX secolo che «gli irrazionali sono la regola e i razionali l'eccezione», molto più straordinaria è l'intuizione espressa nel XIV secolo da un esperto stranamente poco conosciuto: Nicole Oresme. Nel corso di una diatriba contro l'astrologia, egli spiega in sostanza che l'eterno ritorno dei pianeti al loro punto di partenza può avvenire solo se i loro periodi di rivoluzione si trovano tra loro in rapporti razionali, e che non solo non c'è ragione perché ciò si verifichi, ma anzi ci sono pochissime probabilità che ciò accada. Una concezione simile è estremamente moderna in un'epoca in cui, del resto, ci si chiedeva ancora (almeno in Europa) se era meglio usare i caratteri romani o quelli arabi per rappresentare i numeri. Questa intuizione non è la meno importante di uno studioso che del resto anticipò con precisione le idee di Galileo sulla relatività del movimento e la rotazione della Terra, fornì una rappresentazione geometrica del tempo vicina ai nostri assi delle coordinate (resi famosi da Cartesio) e intuì, più di cinque secoli prima di Arthur Cayley, l'idea matematica della quarta dimensione.

Tuttavia, sarebbe un po' troppo categorico affermare che Oresme ha ragione rispetto a Platone sul problema di sapere se i tempi di rivoluzione dei pianeti danno o no dei rapporti razionali. Di fatto, esistono molti casi in cui si osservano dei rapporti di cui si riesce a dimostrare che sono razionali. Il caso più vicino a noi è quello della durata di rotazione della Luna su se stessa paragonata alla durata della sua rivoluzione intorno alla Terra: i fenomeni di marea hanno fatto sì che, progressivamente, la durata di rotazione del nostro satellite su se stesso si sia «bloccata» sulla sua durata di rivoluzione intorno al nostro pianeta (ecco perché una faccia della Luna ci resta sempre invisibile). Il rapporto delle due durate equivale pertanto a 1, un numero razionale (e pure intero).

Per ragioni complesse di meccanica celeste legate a fenomeni detti di «stabilità», ampiamente studiati a partire dal XX secolo, i tempi di rotazione e di rivoluzione di certi corpi (in particolare dei satelliti di Giove) si trovano a volte tra loro in rapporti di cui non si è in grado di dimostrare che siano razionali. In assenza di tali fenomeni, non è dato conoscere questo dato, il che non significa necessariamente che il rapporto delle due quantità segua obbligatoriamente una regola che bisognerebbe ancora scoprire: l'assenza di un legame matematico semplice tra due dati può tranquillamente essere solo la manifestazione di un'assenza di legame fisico tra loro - in altre parole, la questione stessa della natura matematica del loro rapporto (razionale o no) può non avere per forza un interesse, e nemmeno un senso.

Si definisce *induttivo* un ragionamento che consiste nel trarre leggi generali da osservazioni particolari; la storia del tacchino è stata inventata dal matematico e filosofo Bertrand Russel per mostrare i limiti di questo tipo di ragionamento. La matematica utilizza solo dei ragionamenti *deduttivi,* una caratteristica che può spiegare la sua notevole resistenza alla prova del tempo, dato che nessun errore rilevante è mai venuto a frenare il suo sviluppo fin dalle sue origini.

Il gioco delle tre carte

Alla fiera spesso un tizio si vedeva
Che l'Asso e due Re davanti a sé metteva.
Nessun oggetto, né portenti vendeva,
Ma forte gridava a chi sentir voleva,
Che disposto era a perder dei quattrini
Contro un nobile avversario tra i vicini
Che a un gioco banale lo voglia sfidare.
Con riso ruffiano e voce da ammaliare
Dicea che quelli che gli davano un soldo
Ne avrebbero vinti cinque indovinando
Dove l'Asso tra le tre carte è nascosto.
Per tenere i curiosi fermi sul posto,
Il fiero imbonitore Asso e Re mostrava,
Lentamente tra le mani li girava
Per indicar dell'Asso la posizione.
Giù le carte, tra due non c'è distinzione,
Presto, ma non troppo, perché del posto scelto
Per la carta tutto il pubblico sia certo.
Sottolinea l'effetto, osserva la piazza
Finge di dubitar, poi con sicurezza
Prende l'unica carta che tutti i presenti
Indican come l'Asso, del ver convinti.
Era l'Asso, allor: «Se indovinato avete
Di certo - dice - ancor indovinerete!»
Tre candidati si fanno avanti,
ognun prende il suo turno
E un po' di curiosi s'affollano intorno.
Il primo, sicuro, proclama agli astanti:
Su giochiam: i miei occhi son penetranti!
La mia tasca suonerà, do attestazione,
Dei soldi ben vinti a questo fanfarone».
Davanti a lui il mago rifà i suoi gesti,
Prende piano le carte con i suoi modi lesti,
Le capovolge, le lancia e poi, gradasso:
«Il Signore di certo sa dov'è l'Asso!
Mostri, per favore, il posto in cui è nascosto».

Con tono spaccone gli viene risposto:
«Che gran piacere, mi sembra di sognare
Ben cinque soldi stan già per arrivare
Perché semplicemente i miei occhi usai.
Abile mago, presto ti stancherai:
Ché uno più abile hai davanti a te.
Hai messo l'Asso al centro, in mezzo ai due Re».
Tutti approvano e si ritengon meschini
Per non esser andati a giocar per primi
Ma un istante dopo, che grandi stupori:
La carta voltata è un Re di cuori.
Il giocatore, davanti a tal sorpresa,
Chiede tosto che rivincita sia presa.
La seconda partita è un insuccesso,
la terza pure e la quarta lo stesso,
Così quell'uomo tanto sicuro di sé
Deve chiuder la borsa e dare forfait.

Il secondo giocatore è più discreto.
«Tenterò d'indovinar il tuo segreto,
Abile mago per finta generoso.
E spero d'evitar il fato disastroso
Di chi parla forte ma piano ragiona».
Quella folla autunnale di nuovo tuona
Ché pensa, osservando il nuovo arrivato:
«Vedi? Il mago uno più forte ha trovato.
Le carte son lanciate e tutti a pensare:
che l'Asso nel centro si è andato a posare.
Abile inganno, ha capito il giocatore
Che ha visto che sempre c'è un Re di cuore
Dove ai suoi occhi l'Asso è situato.
La carta che egli mostra è quella di lato:
É l'Asso! Gran sorpresa, e l'imbonitore,
Ansioso di mostrarsi buon giocatore,
Applaude e rende con la somma puntata
I soldi della vittoria conquistata.
«Non ci crederà, il duello mi ha avvinto
Chi a veder la sua arte non è convinto
Che è un onore per me poterla affrontare?
La prego voglia al suo posto restare
Affinché di vincer mantenga la speranza».
L'uomo accetta e il gioco riprende la danza.
La carte son posate e per tutti è a destra
Che l'Asso è giunto in maniera non maldestra.
Cosa sceglierà chi la vista rinnega?

Sinistra o centro. E per il centro piega.
È un Re. Ma è sfortuna ché l'imbonitore
La scienza conosce ben del giocatore:
Sapeva che mai il suo uomo avrebbe preso
La destra come scelta, ché aveva appreso
Che fidarsi dei suoi occhi è una rovina.
Ed è così che il mago attento combina
Di mettere l'Asso nell'unica sede
In cui l'uomo che ci sia solo un Re crede.
E il giocatore, per la sconfitta mesto,
Applaude ma la rivincita vuol presto.
Sente del desio di vincer l'attrazione
Ma il furbo illusionista è pronto all'azione.
Conosce il ragionar che gli uomini fanno,
Le leggi che piegarci e plasmarci sanno.
Della mente sempre si scopron le astuzie:
L'altro, vinto nonostante le furbizie,
La borsa ha più vuota per più fine inganno
Si vede ora seder con calma sullo scranno
L'ultimo candidato dice all'uomo:
«Queste partite per me sorelle sono
di altre da te condotte in tante fiere.
Vincerò io perché, seppur gran giocoliere,
Non sempre contro tutto ti puoi armare.
I nostri occhi, è ver, si fanno abbagliare,
Assai la nostra mente è prevedibile.
Ben diverso è il mio segreto: invisibile,
Un bersaglio mobile e sempre sfuggente.
Contro di lui le tue astuzie non son niente».
Le carte son gettate, ma il giocatore
Un dado estrae dalla tasca posteriore.
«Credersi il più forte è sempre un'illusione
Ecco perché al dado sta la decisione».
Lasciando che al suo posto decida il fato
L'ingegno del giocator non è implicato.
Le varie partite mostran passo passo
Il dado scovare il Re e a volte l'Asso.
Le carte son tre: un Asso e due perdenti,
Una partita su tre vi fa vincenti.
Queste due sono perdute, quell'altra però
Rimborsa i due soldi e ne aggiunge anche un po'
Perché a chi vince cinque soldi son rimessi.
Presto, com'è giusto, dopo molti insuccessi,
L'illusionista s'inchina, rovinato
L'*alea* i trucchi ha vinto e il pubblico beato

Acclama ed applaude, mostra con i gesti
Quel furbo che si mostrò tra i più modesti
Che vinse con il dado, strano alleato
Di chi tra tutti si mostrò il più ferrato
.
Di questa storia la morale s'impose:
talvolta è il caso a fare meglio le cose.

Appendice

L'idea di considerare il caso non come il contrario del conoscibile ma come un oggetto di scienza in sé risale al XVII secolo, in cui, in particolare su spinta di Pascal e Fermat, vengono posti i fondamenti della futura teoria matematica delle probabilità. Si tratta ancora semplicemente di determinare le «leggi del caso», tra cui la celebre *legge dei grandi numeri.* Più propriamente, bisognerebbe dire le leggi dei grandi numeri, perché ne esistono diverse versioni.

Nella storia precedente, il giocatore deve scegliere una carta tra tre. Se sceglie a caso, ha una possibilità su tre di trovare l'asso: si dice che il giocatore ha una probabilità di successo di 1/3. La legge dei grandi numeri stabilisce che, se il gioco si prolunga, la percentuale delle partite vinte si avvicina a questa probabilità 1/3.

Se quindi l'idea generale della legge dei grandi numeri è semplice, la sua formalizzazione matematica non lo è, in particolare la traduzione rigorosa di quel che si intende per «avvicinarsi a»; si parla di «convergenza», ne esistono molte versioni diverse, che portano ad altrettante leggi dei grandi numeri.

Una visione ingenua di questa convergenza potrebbe lasciar pensare che la legge dei grandi numeri «forzi» il risultato delle partite, secondo dei ragionamenti del genere: «Le prime dieci partite sono state perse, quindi l'undicesima ha più probabilità di essere vinta, perché le proporzioni si riequilibrino». Questo ragionamento non regge, non solo perché la legge dei grandi numeri non dice nulla sulla velocità della convergenza, ma anche perché le nozioni probabiliste di convergenza sono più complesse di quella della convergenza di una semplice serie di numeri (come ne *Il muro dei 100 metri).*

Nel XX secolo, i matematici hanno rinnovato profondamente la teoria delle probabilità, ormai fondata senza riferimenti al «caso» al di fuori di un vocabolario generalmente suggestivo. Il quadro matematico delle probabilità è la teoria della misura, brevemente citata nell'appendice de *La strana storia di un padrone del tempo.* Un fenomeno dalla soluzione aleatoria (come il lancio di un dado) si rappresenta tramite un insieme di riferimento, i cui elementi rappresentano le diverse soluzioni possibili (in questo caso, i numeri interi da 1 a 6). Una parte di questo insieme è definito *evento:* per esempio, per il lancio di un dado, il sottoinsieme costituito dai numeri 2, 4 e 6 corrisponde all'evento «ottenere un numero pari». La probabilità di ogni evento è data dalla sua misura, tenuto conto che l'insieme di riferimento ha una misura (una probabilità) pari a 1. Nel caso del lancio di un dado, ogni numero intero da 1 a 6 ha una probabilità (una misura, un «peso») di 1/6, la probabilità dell'evento «ottenere un numero pari» si ottiene sommando le probabilità dei suoi elementi costitutivi (e quindi 1/6 + 1/6 + 1/6 = 1/2), un procedimento sostanzialmente identico a quello che consiste nel sommare le lunghezze degli intervalli per ottenere la misura dell'insieme evidenziato in grassetto della figura a

pag. 76.

Questa corrispondenza tra una probabilità e una misura è profonda, ed è quella che permette di basare i fondamenti della teoria delle probabilità utilizzando i principi della teoria della misura. È quest'ultima che permette di dare un senso matematico chiaro alla domanda: «Qual è la probabilità che un numero estratto a caso sia razionale?», esprimendola in quest'altra forma: «Qual è la misura dell'insieme dei numeri razionali?». Come abbiamo già indicato, la risposta è: 0 (rivolgendoci ai matematici che leggeranno queste righe, precisiamo che, affinché l'insieme di riferimento sia di probabilità 1, conviene comunque limitarsi a un intervallo di lunghezza 1).

La percezione del caso si è molto evoluta nel XX secolo. Considerato un tempo come semplice oggetto di studio, oggi viene utilizzato come un valido strumento in diverse applicazioni. Uno degli esempi più significativi è il concetto di sondaggio: nonostante le reticenze iniziali di coloro che pensavano, fino agli anni Venti, che fidarsi di campioni aleatori fosse... azzardato, la tecnica si è imposta per la sua efficacia oltre che per il suo costo, spesso molto inferiore a quello di un'analisi esaustiva.

Nella nostra storia, il caso è più di uno strumento come tanti altri, perché è il suo utilizzo a fornire la strategia più efficace. La struttura del gioco delle tre carte rende impossibile l'esistenza di un ragionamento razionale che guidi il giocatore: se un ragionamento simile esistesse, infatti, avrebbe come risultato una determinata decisione del giocatore. All'illusionista quindi, che come il giocatore ha accesso al ragionamento razionale, basterebbe non mettere l'asso nel posto previsto da tale ragionamento. È il problema che si pone al secondo giocatore della storia.

Si potrebbe naturalmente immaginare un giocatore le cui scelte venissero fatte a partire da un caso «guidato» come nella strategia che consisterebbe nell'estrarre a sorte una delle tre carte ma secondo una modalità che diminuisce la probabilità della carta che è appena uscita (sulla base di un'«argomentazione» del tipo: «Questa carta è appena uscita, quindi ha meno probabilità di uscire di nuovo questa volta»). Si può dimostrare che nemmeno questo tipo di strategia è ottimale e che il miglior modo di fare è proprio quello di tirare a sorte la carta da scegliere. Il discorso vale allo stesso modo per la scelta che deve fare l'illusionista all'inizio di ogni partita.

Così, ben diverso da un gioco di riflessione pura a informazione completa come gli scacchi, il gioco delle tre carte, come tutte le situazioni rette dall'incertezza assoluta, invita ad affidarsi semplicemente alla fortuna.

Sei lettere

«E a chi pensi per questo lavoro?».

«Beh», risponde l'interessato «è proprio per trovare qualcuno che vi ho chiesto di venire. C'è un volontario?».

Silenzio di tomba.

«Avrei dovuto saperlo!» esclama, deluso, il caporedattore.

«Io me ne sarei occupato volentieri» tenta di dire uno dei membri del comitato di redazione, «ma la scienza davvero non fa per me. Però conosco un collaboratore che...».

Inutile aggiungere altro. Come sempre, tutti al giornale tirano fuori le migliori scuse possibili per non occuparsi di qualsiasi cosa, e i rari collaboratori un po' più zelanti della media sono già sovraccarichi di lavoro. In queste condizioni, un collaboratore esterno, sottopagato, destinato ad essere sfruttato a piacimento, costituisce effettivamente l'opzione più appropriata per quella nuova rubrica scientifica.

Benché il giornale sia più specializzato nelle manifestazioni sportive locali e nella cronaca spicciola - accontentandosi di ricopiare i dispacci delle agenzie di stampa per tutto quel che concerne l'attualità distante più di trenta chilometri -, la creazione di una simile rubrica non comporta grandi rischi. Duecento parole a settimana per parlare della scienza che quotidianamente si pratica e si studia presso l'università locale sono troppo poche per dissuadere un lettore dal comprare il giornale. E bisogna far rientrare un po' di soldi: questa rubrica è una richiesta del nuovo partner, Anthrobiotics, un grosso laboratorio farmaceutico che ne esige la creazione accanto alla sua pagina pubblicitaria.

«Va bene, allora, il tuo collaboratore, com'è?» chiede il caporedattore sospirando.

«Ehm... beh, è un mio cugino, è giovane e sta cercando un lavoro...».

«Ho capito. Si intende un po' dell'argomento, almeno?».

«Credo che abbia frequentato l'università per un paio di anni, ma non mi ricordo se ha fatto informatica o scienze sociali... Detto questo, meglio che non se ne intenda troppo. Se no, chissà in quali teorie ci trascinerebbe! È molto competente, merita che gli si dia una possibilità.... .è inutile precisare che non proporrei la sua candidatura se così non fosse».

ooooo

Dato che Flandrin si era presentato, per sua sfortuna, come giornalista scientifico, il suo ospite si ritiene autorizzato a spiegargli un gran numero di progetti dei quali

egli non capisce una parola. Non gli resta che sperare che il laboratorio disponga di un opuscolo che riassume le prospettive di ricerca. Una delle teorie alle quali si affida il giovane collaboratore è infatti quella che sostiene che sostituendo i «poiché» con degli «infatti» e i «tuttavia» con dei «ciò nonostante» si rende irriconoscibile qualsiasi testo.

«... ed ecco il progetto PASCAL: il Progetto di Azione Scientifica sugli scimpanzé come Animali da Laboratorio. Lei sicuramente sa che gli scimpanzé sono i nostri cugini più prossimi, più del 99,9% del loro patrimonio genetico è anche il nostro: basandosi su questo presupposto, si potrebbero fare molti studi su di loro come complemento a quelli sui ratti e avere delle ripercussioni molto positive sulla ricerca nella biologia umana. Il progetto consiste nel determinare il modo migliore di trattare questi scimpanzé affinché "collaborino" il più possibile».

La stanza nella quale entrano sembra la camera di un bambino, con palle, birilli, carillon e perfino una macchina da scrivere. L'occupante, una scimmia giovanissima grande come un gatto, osserva i due arrivati con aria curiosa. Nel momento in cui vede quel musetto carino, Flandrin capisce di avere l'argomento per il suo pezzo e che per questa volta potrà evitare di scervellarsi su DNA, divisione cellulare e altre mutazioni genetiche.

ooooo

Scienza locale (cronaca scientifica)

Scimmie e scienziati

Ci passate davanti tutti i giorni senza sapere che cosa succede al suo interno. Vi siete mai chiesti su che cosa stanno lavorando tutti quegli scienziati della nostra università? Questa rubrica settimanale, che debutta oggi, si prefigge di svelare parte di questo mistero. Questa settimana, andiamo a incontrare un simpatico ospite del laboratorio di scienze naturali: un giovane scimpanzé (nostra foto) che si è stabilito in uno spazio appositamente attrezzato per lui, per le esigente di un ambizioso progetto di ricerca. Si tratta di testare su questo parente prossimo biologico dell'uomo un certo numero di farmaci potenzialmente troppo pericolosi per essere sperimentati direttamente sugli esseri umani. Per evitare che questa scimmia si rifiuti eccessivamente di collaborare, il responsabile del progetto ha preso tutte le disposizioni necessarie affinché l'animale si senta completamente a suo agio. Tutt'altro che una gabbia fredda e triste, infatti, il suo alloggio ha di che rendere invidiosi molti bambini, pieno com'è di giocattoli destinati unicamente a lui. Chi ha detto che gli scienziati non sanno divertirsi?

«Il testo non le è piaciuto?» chiede nervosamente Flandrin.

«A me sì», risponde il caporedattore. «Ma non al direttore del laboratorio. Secondo lui, lei ha riportato le sue dichiarazioni travisandole completamente. Ora riceve le telefonate di un sacco di esagitati che lui, ovviamente, rimanda subito al giornale: animalisti, oppositori dei laboratori farmaceutici e altri rappresentanti del movimento

no-global».

«Ma...».

«Lo so: la sua cronaca non ha la funzione di sostituirsi ai resoconti dell'Accademia delle Scienze, e la maggior parte dei nostri lettori se ne infischia altamente dell'esattezza scientifica delle sue duecento parole. Il problema è che l'università è la nostra unica fonte per la rubrica. Quindi non è il caso di scambiarsi insulti, fin dall'inizio, con uno dei suoi direttori più in vista. Perciò lei torna là, gli porge le sue più profonde scuse, e mi inserisce una bella errata corrige nella prossima cronaca per spiegare che i ricercatori del laboratorio non fanno esperimenti medici sugli animali. Forza!».

ooooo

«E a parte questo, come si sta ambientando il vostro scimpanzé?» chiede Flandrin al direttore per troncare il secondo rimprovero della giornata.

«Piuttosto bene» risponde l'esperto, che si è un po' calmato. «Del resto, visto che la cosa la interessa, venga. Le mostrerò una cosa abbastanza curiosa».

Quel che interessa più di tutto Flandrin è andarsene di lì per scrivere la sua seconda cronaca che, quella settimana, riguarderà tutt'altro argomento. Ciò nonostante, accompagna educatamente lo scienziato nella stanza dello scimpanzé.

«Guardi», gli mostra il direttore del laboratorio. «Abbiamo qui un autentico scimpanzé dattilografo: si è appassionato alla macchina da scrivere e ha già riempito tre fogli.

Chi sa del resto se non sarebbe un giornalista migliore di tanti che scrivono con i piedi... La cosa più curiosa si trova su questo foglio».

Il dito dello scienziato scivola sulle lettere battute dalla scimmia per raggiungere una riga su cui compare la parola: «COGITO».

«Stupefacente, vero?» prosegue lo scienziato. «Una scimmia che si esprime in latino per dirci che è in grado di pensare!».

Il tono è scherzoso, ma Flandrin è sbalordito:

«Stupefacente? Vorrà dire assolutamente straordinario! Crede che questa scimmia abbia veramente voluto dire quel che ha scritto?».

La risposta è una risata condiscendente:

«Le concedo che la probabilità di scrivere per caso questa parola nel poco tempo che la scimmia ha a disposizione è molto bassa, ma per il resto...».

«Appunto» tenta Flandrin. «Qual è il valore di questa probabilità?».

«Beh, per questo le consiglio di andare dai matematici, nell'edificio qui di fronte. Due di loro sono venuti a osservare il fenomeno e mi hanno mostrato dei calcoli che io ho dimenticato ma che loro le illustreranno molto volentieri».

ooooo

«... L'applicazione diretta di questa argomentazione non permette di dedurre niente sulla velocità di convergenza verso 1 della probabilità dell'evento considerato. Per calcolare questa velocità, è dunque necessario uno studio combinatorio...».

Flandrin fa cenni di rispettoso assenso in risposta alle affermazioni del matematico,

facendo finta di seguire il ragionamento. Già nel laboratorio di biologia non capiva granché, ma almeno gli era sembrato che il direttore parlasse la sua lingua. Questo, invece, è arabo.

«... un'espressione del dato ricercato a partire da un ragionamento per ricorrenza, che utilizza le serie numeriche. Chiamiamo dunque p_n la probabilità di occorrenza della sequenza considerata all'interno di un insieme di *n* lettere...».

Alla fine di una spiegazione che gli sembra eterna, il giornalista riesce a infilare:

«Tutto ciò è assolutamente affascinante, signore, e la ringrazio di aver perso tutto questo tempo per spiegarmelo in modo così limpido. Ma qual è, allora, il valore che deduce dalla sua formula?».

«Mi perdoni, non ho ancora finito» prosegue il matematico, all'improvviso sospettoso sull'atteggiamento del suo interlocutore, che pure continua ad annuire con aria concentrata. «Giacché, come fare per ottenere, diciamo, il valore di p_{300} con una formula così poco pratica? Si potrebbe usare un computer, naturalmente, ma un po' di riflessione permette di semplificare le cose, perché lei capisce bene che l'essenziale è dimostrare che questa probabilità è molto bassa, più che conoscerne il valore esatto. Per effettuare un'opportuna maggiorazione, si procede nel modo seguente...».

Mentre il giornalista pensava di essere giunto alla fine del suo calvario, la lavagna del matematico si copre di nuovi di segni cabalistici.

Quando alla fine Flandrin ottiene dal suo interlocutore la cifra per la quale ha pazientato per più di mezz'ora, capisce che non ha perso il suo tempo e che la sua cronaca sui materiali superconduttori a bassa temperatura verrà rimandata di una settimana.

ooooo

Scienza locale (cronaca scientifica)

Un incontro del secondo tipo?

I nostri lettori si ricorderanno del giovane scimpanzé ospite del laboratorio di scienze naturali dell'università. Questo animale (che non è destinato ad esperimenti farmaceutici) ha appena effettuato una cosa straordinaria scrivendo correttamente la parola latina cogito («io penso») sulla sua piccola macchina da scrivere, in modo chiaramente deliberato. Alcuni lettori scettici obietteranno: «Non avrà scritto queste lettere a caso?». No, come hanno dimostrato i matematici dell'università per mezzo di una (formula di ricorsività», che prova che la probabilità che un tale evento si verifichi in modo fortuito è inferiore a una su un milione! «Gli scimpanzé condividono più del 99,9% del loro DNA con gli esseri umani», spiega il direttore del laboratorio di scienze naturali, che tuttavia cerca di mantenere una certa cautela.

Noi utilizziamo solo il 10% del nostro cervello: la vicinanza genetica con lo scimpanzé autorità quindi senza dubbio quest'ultimo a sviluppare un'intelligenza paragonabile alla nostra, e magari superiore, anche se l'animale non manifesta necessariamente il desiderio di comunicare continuamente... La fantascienza ci ha sempre fatto viaggiare nello spazio per incontrare altre forme di intelligenza:

abbiamo appena assistito alla nascita di un autentico dialogo con una di loro, con la nostra Terra come unico scenario?

oooooo

Con i piedi sulla scrivania e il cestino della carta a portata di mano, il caporedattore sfoglia la posta dei lettori. Normalmente, ogni lettera ha a disposizione dieci secondi per interessarlo: passato questo tempo, raggiunge le sue compagne di sventura nel cestino. Solo le lettere intestate hanno diritto a maggiori riguardi, ed è una di queste missive che il direttore della redazione si appresta a leggere.

«Egregio Signore,

lei ha fatto pubblicare nella rubrica "Scienza locale" del giornale di sabato scorso un testo che parla del calcolo delle probabilità effettuato tramite, cito testualmente, "una formula di ricorsività". Si tratta di un controsenso spiacevole, che può indurre in errore alcuni dei suoi lettori. In algoritmica, si dice che una procedura è *ricorsiva* quando è ricorsa a se stessa nel corso del suo sviluppo. L'esempio più semplice che può fare ai suoi lettori è quello della funzione che, a ogni numero intero *n,* associa l'intero designato con *n!* ("prodotto fattoriale *n*"), risultato del prodotto degli *n* primi numeri interi. La formula elementare *n!*=n x (n - l)! Suggerisce una procedura ricorrente di calcolo di *n!* poiché, per conoscere *n!,* è sufficiente pertanto calcolare *(n-1)!*e di moltiplicare poi per *n.*

Il ragionamento di cui si parla nell'articolo, invece, utilizza *una formula di ricorrenza,* che consiste nell'esprimere il termine generale di una serie di numeri a partire dal termine (o dai termini) precedente, come nell'esempio classico della relazione di ricorrenza (lineare) $u_{n+1} = u_n + u_{n-1}$, con, per esempio, $u_0 = u_1 = 1$, che produce la ben nota serie di Fibonacci: 1, 1, 2, 3, 5, ecc.

Del resto è un peccato, a mio avviso, che non abbiate ritenuto opportuno pubblicare il ragionamento a cui il vostro articolo fa brevemente allusione: potrebbe certamente interessare molti lettori curiosi, in particolare gli studenti liceali che si apprestano a fare studi scientifici all'università.

Ecco dunque il ragionamento in questione, che vi autorizzo a riprodurre nelle vostre pagine. Mi sono limitato a fare appello solo a un minimo di nozioni teoriche e a ricordare quei pochi fatti da conoscere per comprendere la dimostrazione, il che permetterà a tutti di seguirla passo passo. In questo modo oso sperare di contribuire a dare al pubblico, giovane e meno giovane, un'immagine meno scolastica e più viva della matematica.

Per calcolare la probabilità p_n che la sequenza COGITO appaia in una lista di *n* lettere scritte a caso e indipendentemente le une dalle altre, si divide l'insieme dei casi favorevoli in due sottoinsiemi distinti: quello in cui la parola in questione appare già nelle *n* - 1 prime lettere e che è di probabilità p_{n-1} , e quello in cui formano COGITO solo le ultime sei lettere . La probabilità di questo secondo sottoinsieme si deduce da un'ipotesi di equiprobabilità delle lettere, un'ipotesi che è la più semplice nei casi presenti e a partire dalla quale si deduce molto logicamente l'espressione $26^{-6}(1 - p_{n-6})$, poiché le sei lettere della parola COGITO sono le ultime sei e vengono

scritte indipendentemente (per ogni evenienza, ricordo che, quando due eventi sono indipendenti, la probabilità della loro intersezione equivale al prodotto delle loro probabilità). Sommando le probabilità dei due eventi distinti che costituiscono la nostra suddivisione iniziale, se ne deduce la formula di ricorrenza $p_n = p_{n-1} + 26^{-6}(1 - p_{n-6})$ a partire dalla quale...».

Cestino.

ooooo

«Mi scusi se la contraddico, signor direttore, ma trovo che lei abbia molti motivi per essere soddisfatto: non si contano più i messaggi di lettori che ci chiedono di organizzare una visita guidata del suo laboratorio per mostrare al pubblico il suo scimpanzé. Ho anche due lettere che chiedono il QI della scimmia, e un'altra che propone che le venga assegnato il premio Nobel... Sì, certo, lo so che il suo laboratorio non è uno zoo... Non mi dica che ignora l'importanza del riconoscimento del pubblico per ottenere degli stanziamenti... Ma non abbiamo detto niente di sbagliato di cui lei si debba assumere la responsabilità!... Mi dispiace, ma non vedo nessuna ragione deontologica per impedire a un mio collaboratore di esprimere onestamente le sue opinioni quando sono supportate da dati esatti...

Si chiama libertà di stampa, signor direttore!... Senta, mi stanno chiamando su un'altra linea, mi richiami più tardi...».

Naturalmente, non richiamerà. Il caporedattore lo sa nel momento in cui posa la cornetta. Quando la macchina del caffè ha finito di sputare il suo veleno nel bicchierino, egli ha dimenticato praticamente del tutto la conversazione. In quel momento, Flandrin si avvicina per introdurre a sua volta una monetina nella macchina.

«La sua cronaca sta andando molto bene, caro Flandrin. Abbiamo ricevuto un sacco di lettere e di telefonate su questa storia della scimmia».

«Grazie, signore. Il problema è che ormai ho visto quasi tutti i laboratori dell'università e non ho molto idea di come alimentare la rubrica».

«In quali laboratori non è ancora stato?».

«A dire il vero ne manca solo uno, ma si tratta del laboratorio di matematica...»,

«Ah! sì, naturalmente...».

Gli scarabocchi matematici della lettera letta poco prima fanno un breve balletto nella memoria del caporedattore.

«So che cosa farà», dichiara alla fine. «Tornerà a interrogare quegli studenti di matematica su questa famosa cifra di una probabilità su un milione. Dopo tutto, sono loro che hanno tirato in ballo questa cosa: se dicono che la scimmia non ha potuto scrivere per caso quel che ha scritto, devono difendere il loro punto di vista di fronte a quelli che pensano il contrario (.. .senza contare il fatto che questo chiuderà il becco a quel rompiscatole del direttore del laboratorio di scienze)».

«Ma quelli sono dei marziani!» protesta Flandrin. «Quello che me ne ha parlato mi detto delle cose impossibili sulle serie, le probabilità e le formule di ricorsività!».

«Di ricorrenza, Flandrin. Di ricorrenza. Vede, la ricorsività è un processo che ritorna su se stesso quando deve fare quel che deve fare, esattamente come quando si

moltiplicano dei numeri. Capisce?».

«Sì, capisco», annuisce Flandrin con un bel tono di sincerità.

«La ricorrenza, invece», prosegue imperturbabile il suo capo, «è quando si utilizza quel che viene prima per continuare dopo con l'aiuto di quel che precedeva. Niente a che vedere, quindi».

«Ci sono!» afferma Flandrin con un tono convinto e ammirato. «Capisco meglio, adesso».

«Vede, non è poi così complicato. Allora, vada da quegli esperti di matematica e mi riporti le sue duecento parole facendo in modo che possano interessare sia la casalinga che il fanatico di calcio. Aspetto il suo testo per la fine del pomeriggio».

Flandrin giurò che non si sarebbe più fatto incastrare in quel modo.

ooooo

In tempi normali, il caporedattore non avrebbe pubblicato quel testo. A chi interessa qualcuno che crede di dimostrare che gli UFO non esistono? A nessuno. Eppure è proprio quello che si annuncia nell'articolo: «Se le probabilità che la scimmia abbia scritto per caso COGITO sono sicuramente molto basse, non lo sono altrettanto quelle di vedere lo scimpanzé scrivere una parola qualsiasi della lunghissima lista di termini suscettibili di attirare la nostra attenzione». Poi, poco oltre: «Se i fatti sono sicuramente questi (la scimmia ha *effettivamente* scritto qualcosa di rilevante), sono anche categorici: dopo questo exploit, il simpatico ospite dell'università non ha più scritto nulla di straordinario...».

È veramente molto brutto, pensa il caporedattore. Disincarnato, senza alcun affiato né senso del romanzesco... Flandrin è stato più ispirato, altre volte. Se tutto si riduce a una questione di interpretazione, come si può sperare di produrre delle scienze esatte? No, decisamente, questo articolo non ha neppure quel minimo di rigore scientifico che ci si deve aspettare. Ad ogni modo, verrà pubblicato: vista la situazione, inutile prendersela. Però... Parlavano seriamente gli studenti di matematica quando hanno detto a Flandrin «i numeri non sono l'oggetto principale della matematica»? Sa tanto di presa in giro... Se fosse vero ci sarebbe da chiedersi perché tutti questi sapientoni ci riempiono continuamente di cifre! Flandrin è un bravo ragazzo, ma è un po' ingenuo: è molto probabile che si sia fatto infinocchiare da uno studente burlone.

Parlando di cifre, non c'è bisogno di esser tanto istruiti per capire le conseguenze di quello che ha sotto gli occhi: dato che il numero di abbonati al giornale è crollato ancora, Anthrobiotics non rinnoverà il contratto. Il prossimo articolo di «Scienza locale» sarà l'ultimo, quindi non è più necessario sorvegliare troppo da vicino il suo contenuto. Si volta pagina.

ooooo

Il furgone parcheggia davanti al laboratorio di scienze naturali. Una piccola gabbia di vetro vi viene caricata, mentre due laboratoristi fanno dei cenni all'occupante della gabbia.

«Peccato che se ne vada», dice uno dei due. «Era diventata una vera e propria

mascotte, soprattutto dopo quel che aveva raccontato quell'imbecille di giornalista».

«Dovremmo essere contenti, il progetto PASCAL è finito e vedremo i nostri nomi sulla pubblicazione delle sue conclusioni. Però a vedere questa bestiolina, mi dispiace che sia già finito».

L'uomo si china un'ultima volta sulla gabbia per mormorare qualcosa all'animale di cui si è occupato con tanta devozione. Si rialza per chiudere la porta del furgone quando all'improvviso un fatto incomprensibile lo fa restare di sasso.

Lo scimpanzé gli ha appena fatto l'occhiolino.

Appendice

«Nulla si genera senza motivo,
ma tutto con una ragione e secondo necessità»
Leucippo

Émile Borel, il grande matematico francese che visse a cavallo tra il XIX e il XX secolo e fu anche uno statista, è stato il primo a immaginare il quesito di una «scimmia dattilografa» che scriva a macchina in modo assolutamente non intenzionale. Questa idea di scimmia dattilografa comporta che si elabori un testo a partire dalle lettere dell'alfabeto scrivendo ogni lettera completamente a caso (ogni lettera ha pertanto una possibilità su ventisei di essere scritta in un determinato momento, ossia una probabilità di 1/26), e considerando che le lettere già scritte non influenzano assolutamente le lettere successive, contrariamente a quel che succede quando si scrive un «vero» testo.

La legge dei grandi numeri citata ne *Il gioco delle tre carte* permette di dimostrare che, qualunque sia la sequenza di lettere che si sceglie (per esempio: COGITO), è del tutto probabile che la scimmia finisca per scriverla, un giorno. Infatti, dato che esiste una possibilità su ventisei che la scimmia scriva la lettera C, ci si deve aspettare che, in media, la lettera C appaia approssimativamente una volta su ventisei. Consideriamo queste lettere C: dopo ognuna di loro figura la lettera O in media una volta su ventisei (conviene ipotizzare un testo abbastanza lungo, perché le possibilità di aver visto abbastanza volte la lettera C siano sufficienti). I gruppi di lettere CO saranno anche loro seguiti una volta su ventisei in media dalla lettera G, e così via, per arrivare alla fine, dopo un certo tempo, alla sequenza completa COGITO.

Il ragionamento precedente ha un carattere principalmente qualitativo: al di fuori del numero 1/26 (la probabilità di trovare una lettera data, che del resto si è verificata più per la sua pro-prietà di essere un numero positivo diverso da zero, che per il suo valore), abbiamo ragionato senza fare dei veri e propri calcoli. Ciò dimostra che, contrariamente a un'opinione molto diffusa, al centro della matematica non c'è il concetto di numero. Questo concetto compare in modo estremamente frequente, è vero, e in tutti i rami della matematica, al punto che è abbastanza raro trovare un testo di matematico di una certa consistenza nel quale non compaia mai, anche in modo indiretto, l'idea di numero. Tuttavia, per quanto cruciale, per i matematici quello di numero è un concetto come un altro. Per i matematici è molto più profondo il concetto di *dimostrazione.* Se, come abbiamo detto, si trovano pochi testi matematici in cui non si parli assolutamente di numeri, l'idea stessa di un testo matematico che non contenga una dimostrazione è una contraddizione in termini. In questo senso va intesa la novità rappresentata, nel V secolo a.C., dalla scoperta dell'esistenza delle quantità irrazionali di cui si è parlato ne *La strana storia di un padrone del tempo:*

molto più di un risultato sui numeri, la scoperta ha (forse...) fatto nascere l'idea di dimostrazione.

Torniamo alla nostra scimmia dattilografa. Ora sappiamo che dobbiamo aspettarci che finisca, prima o poi, per scrivere una sequenza come COGITO. Naturalmente, potremmo applicare il ragionamento che abbiamo fatto a qualunque sequenza di lettere; si presenta spesso la storia della scimmia dattilografa dicendo che, se ha abbastanza tempo a disposizione, finirà quasi sicuramente per scrivere la Bibbia senza il minimo refuso. Ma se una scimmia, messa davanti a una macchina da scrivere, cominciasse subito a scrivere l'incipit della Genesi, sarebbe legittimo esserne sorpresi. Il ragionamento qualitativo sopra citato non è pertanto sufficiente: è opportuno completarlo con uno studio quantitativo, per riuscire a sapere dopo quanto tempo non ci sarà più da stupirsi se una scimmia ha scritto una certa sequenza di lettere a cui noi umani attribuiamo un significato preciso. Se la scimmia ha scritto *n* lettere, qual è la probabilità che il testo così ottenuto contenga la sequenza COGITO? Questo tipo di calcolo rientra *nell'analisi combinatoria,* un ramo della matematica il cui scopo principale è enumerare degli insiemi senza doverne elencare esplicitamente tutti gli elementi. Per fare un esempio, possiamo paragonare questo tipo di procedimento con quello che consiste, per contare il numero di biglie contenute in un sacchetto, nel pesare il sacchetto e poi dividere il peso ottenuto per il peso medio di una biglia, il che evita il lungo, fastidioso e talvolta impossibile compito di contarle una a una. Nel nostro caso, si tratta di numerare tutti i testi possibili di *n* lettere (i cosiddetti «casi possibili») poi quelli che, tra questi, contengono la sequenza COGITO (i «casi favorevoli»). Poiché si suppone che tutti i testi possibili di *n* lettere abbiano le stesse possibilità di essere quello effettivamente scritto dalla scimmia, la probabilità *p* che una scimmia scriva COGITO nel suo testo è data dalla seguente formula, che è un grande classico della teoria delle probabilità:

$$p = \frac{\text{numero di casi favorevoli}}{\text{numero di casi possibili}}$$

Il numero dei casi possibili non è molto difficile da determinare. L'alfabeto è composto da ventisei lettere, esistono dunque ventisei modi diversi di scrivere un messaggio composto di una sola lettera, 26x26 modi di scrivere due lettere, 26x26x26 di scriverne tre, e così via. Per un messaggio di *n* lettere, ci sono dunque 26^n possibilità (26, moltiplicato per se stesso *n* volte).

Determinare il numero di testi di *n* lettere contenenti una volta COGITO, invece è una questione più delicata. Il metodo citato nella nostra storia utilizza il concetto di *ricorrenza,* inventato da Pascal proprio per risolvere un problema di analisi combinatoria; il principio consiste nel considerare il numero c_n di testi di *n* lettere contenenti COGITO come il gradino numero *n* di una «scala» da salire. Tutti sanno che una volta saliti gli (*n-1*) primi gradini di una scala, è facile raggiungere la *n*-esima, mentre sarebbe impossibile farlo direttamente partendo dalla base della scala. Una formula di ricorrenza collega pertanto il valore c_n ai valori che lo precedono, appoggiandosi in un certo qual modo su di essi: c_{n-1} (numero dei testi di (*n-1*) lettere

che contengono COGITO), c_{n-2} (idem), ecc. Uno studio mostrerebbe che, nel caso che ci interessa, solo i valori c_{n-1} e c_{n-6} sono necessari per esprimere il valore di c_n. Di conseguenza, se si è in grado di determinare esplicitamente i valori di c_1, c_2, c_3, c_4, c_5 e c_6 (il che del resto non è difficile), allora una formula analoga a quella data nella storia permette di calcolare per gradi c_7 (a partire da c_6 e da c_1), poi c_8 (a partire da c_7 e c_2) e così via. Il procedimento però stanca rapidamente. In pratica, pertanto, si cerca di dedurre dalla relazione di ricorrenza che lega c_n a c_{n-1} e c_{n-6} un'espressione più semplice di c_n . Per certi tipi di relazioni di ricorrenza, la cosa è fattibile: in particolare, è il caso della relazione di ricorrenza «affine» data nella storia (prossima a quella che si otterrebbe per *cn),* anche se il lavoro che questo richiede esige degli strumenti che sarebbe troppo lungo dettagliare in questo contesto. Accontentiamoci pertanto di un ragionamento approssimato che non usa lo strumento delle serie ricorrenti. In primo luogo, interessiamoci alla probabilità che la scimmia scriva la lettera C almeno una volta in un testo di n lettere. Il numero di casi possibili è di 26^n, secondo quanto visto precedentemente. Per conoscere il numero x di casi favorevoli, notiamo che se si indica con y il numero di casi sfavorevoli (testi di n lettere che non contengono la lettera C), allora si ottiene $x + y = 26^n$, e quindi $x = 26^n - y$. *Y* è facile da conoscere direttamente: il numero di modi di costituire un testo di n lettere che non contengono la lettera C è di 25^n, perché per questi testi, è come se l'alfabeto avesse una lettera in meno. Pertanto si ottiene che il numero di casi favorevoli è uguale a $26^n - 25^n$, da cui la probabilità di scrivere un testo di n lettere che non contenga la lettera C: $(26^n - 25^n)/26^n$, che si può riscrivere $1- (25/26)^n$.

Passiamo al caso della sequenza COGITO: dividiamo il testo di n lettere in blocchi di sei lettere consecutive: le prime sei formano il primo blocco, le sei successive il secondo, ecc. (se n non è multiplo di 6, le ultime lettere non permettono di formare un blocco intero, pertanto non consideriamo queste lettere residue). Il risultato è di $n/6$ blocchi. Un ragionamento esattamente identico al precedente (in cui il numero di lettere, 26, è sostituito dal numero di blocchi possibili di sei lettere, 26^6, e in cui il numero delle lettere del testo, n, è sostituito dal numero di blocchi di sei lettere che esso contiene, $n/6$) mostra che il numero di casi sfavorevoli (in cui cioè COGITO non appare in nessuno dei nostri blocchi) è uguale a $(26^6- 1)^{n/6}$. Se ne deduce pertanto che la probabilità che COGITO appaia in almeno uno di questi $n/6$ blocchi è uguale a $1 - (1-1/26^6)^{n/6}$ (tralasciando il dettaglio dei calcoli).

Questo risultato non esaurisce lo studio, perché è possibile che la sequenza COGITO appaia nel testo senza essere inclusa in uno dei blocchi che abbiamo creato: potrebbe infatti trovarsi a cavallo tra due. Per trattare questi altri casi, è sufficiente scalare i bordi dei blocchi di una lettera verso destra e ricominciare lo studio per i nuovi blocchi così ottenuti (questo studio è rigorosamente identico, tranne che per il fatto che la prima lettera del testo viene ormai tralasciata), poi di nuovo scalare i blocchi, e così via finché lo spostamento di un blocco faccia ritornare ai blocchi iniziali (con lo spostamento di un blocco), il che si verifica dopo il sesto spostamento (ogni blocco contiene infatti sei lettere). Il numero dei casi favorevoli può essere dunque calcolato moltiplicando per 6 il valore $(26^6-1)^{n/6}$ fornito precedentemente (notiamo comunque che, benché allettante e pratica, questa operazione non è del tutto legittima; è il suo uso che fa sì che il presente ragionamento possa essere considerato

solo come uno studio abbastanza approssimato). Il risultato finale a cui arriva questo calcolo è che la probabilità cercata è nell'ordine di $6 \times (1-(1/26^6)^{n/6})$.

Quando $n = 40.000$ (ossia l'equivalente di un po' più di una ventina di pagine del presente testo), la probabilità che la scimmia scriva COGITO è pari a circa 0,0001 ossia una possibilità su diecimila: come dire nessuna. E il tempo necessario diventa smisuratamente lungo man mano che le dimensioni della sequenza attesa aumenta: se la scimmia scrive una lettera al secondo, solo dopo trentasei giorni raggiunge una possibilità su cento di aver scritto COGITO, e bisogna aspettare un lasso di tempo dell'ordine dell'età dell'universo perché ci sia una possibilità su mille che la scimmia abbia scritto COGITOERGOSUM. Ma naturalmente molte altre sequenze di lettere altrettanto «significative» potrebbero essere scritte al posto di queste, aumentando analogamente le possibilità di vedere la nostra scimmia scrivere, in un punto qualsiasi, una frase degna di attenzione.

Per concludere, precisiamo che l'idea, ancora stranamente diffusa, secondo cui l'essere umano utilizzerebbe solo il 10% del suo cervello, è sbagliata. Al contrario, è stato dimostrato da molto tempo che il nostro cervello ci serve in ogni sua parte.

Danza segreta

Victor Newcomb si prepara ad essere il più gentile possibile nel rifiutare.

Dall'inizio del colloquio, l'ago del suo barometro mentale si è fissato sul «no» in modo irrevocabile, mentre la personcina che gli sta di fronte, ignara della meteorologia interna del suo interlocutore, eccedeva in entusiasmo per difendere il suo progetto.

«Sa, signor Newcomb, la nostra associazione esiste da quindici anni e ha molte realizzazioni al suo attivo, di cui i giornali locali hanno parlato spesso. Ho qui con me dei ritagli di stampa che...».

Marcel Duval - si chiama così - è un settantenne piacevolmente antiquato nei modi, usciti direttamente da un manuale di galateo del XIX secolo. Vestito secondo i dettami di una moda senza età, è affabile e sorridente, sta seduto composto sulla sedia e mostra un'educazione discreta. Estrae una vetusta valigetta di piccoli pezzi di carta conservati con cura, reliquie di eventi passati relativi all'Associazione di mutuo soccorso per pensionati.

Victor Newcomb fa un respiro profondo, si sistema la giacca con un gesto meccanico, poi inizia il discorso di cui si serve spesso per sbarazzarsi degli importuni:

«La sua proposta è interessante, signor Duval: uno stand gestito dalla vostra associazione per la nostra Giornata della Solidarietà, con balli e giochi in stile Anni Ruggenti... L'idea è originale e il suo progetto mi sembra a buon punto. Tuttavia, deve capire che sarebbe imbarazzante rifiutare il posto a un'altra associazione per darlo alla vostra. Vede, la Giornata della Solidarietà è un grosso evento, ne parla anche la televisione. È questa notorietà che ci permette di attirare gente. Per andare avanti, dobbiamo adeguarci il più possibile ai gusti del pubblico...».

Ruota di mezzo giro sulla sua lussuosa poltrona, si mette di fronte all'immensa vetrata che si affaccia sul fiume, resta pensoso per un momento poi si volta di nuovo verso il suo interlocutore:

«Le star, signor Duval: ecco cosa ha reso famosa la nostra Giornata. Le associazioni che vi partecipano sono tutte rappresentate da celebrità, preferibilmente viventi e, se possibile, in grado di cantare e di ballare. Il mondo è quello che è, e questo è l'unico modo di creare un evento».

Sul suo viso ben curato appare un sorriso indulgente mentre aggiunge: «Per dirla tutta, oggi, i giornalisti, i pubblicitari, le celebrità, in una parola tutti quelli che fanno muovere le cose e parlare di sé, si rivolgono a chi ha meno di quarant'anni. Nessun mezzo di comunicazione di una certa importanza si interesserebbe a dei pensionati e, senza una buona copertura mediatica, non abbiamo nessuna possibilità di raccogliere

fondi. Mi dispiace esporle le cose in modo così franco, mi creda, sono il primo a rammaricarmi che la nostra società sia fatta così, ma dobbiamo prendere la gente com'è e non come dovrebbe essere: se aggiungessi il suo progetto alla manifestazione, significherebbe perdere delle donazioni. E non è quello che lei desidera, vero?».

Normalmente, questo genere di discorso - soprattutto la frase finale, coronamento dell'argomentazione - ha come effetto di mettere l'interlocutore in una condizione di impotenza la cui manifestazione più frequente è un balbettio confuso. A Newcomb allora non resta altro che cantar vittoria assicurando allo sfortunato visitatore che, malgrado tutto, la sua domanda sarà esaminata con grande attenzione e che se per caso uno dei partner della Giornata dovesse rinunciare per quest'anno, ecc. Sfortunatamente per Newcomb, non accade nulla del genere con Marcel Duval che, come se niente fosse, risponde su un tono costantemente entusiasta:

«Noi non abbiamo niente contro i giovani, anzi! Nei posti dove andiamo a ballare la domenica pomeriggio, io e mia moglie, ne vengono sempre di più. All'inizio ci facevano un effetto un po' strano, quei ragazzi che si vestono in modo bizzarro. Ma è sempre andato tutto bene. Due riviste "di tendenza" sono perfino venute a fare dei servizi, l'anno scorso. E non dimentichi che i pensionati sono dei donatori generosi, che hanno il tempo di spostarsi. È vero che i grandi media non si interessano molto a loro, ma loro sanno tenersi al corrente con altri sistemi. Infine, le persone anziane formano una popolazione numerosa, perfino più numerosa di quella dei giovani. È un peccato, se vuole il mio parere, ma, come ha detto bene lei, non si può rifare il mondo».

Un tipo coriaceo, pensa Newcomb. Talmente fuori dal mondo che tutto quel che percepisce della realtà è filtrato dal prisma del suo universo personale. Come riuscire a farsi capire da un individuo simile?

«Quel che dice è assolutamente giusto, signor Duval. Ne prendo nota e le prometto di esaminare la sua pratica con tutta l'attenzione che merita. Ora, se vuole scusarmi...».

Si alza, gira intorno alla scrivania e circonda con il braccio il suo interlocutore per guidarlo verso l'uscita. Costui, sempre molto rispettoso, prende il cappello dichiarando:

«Noi per primi siamo stati molto stupiti di vedere che i balli popolari sono tornati così di moda. È un peccato che non abbia pensato di portarle le riviste su cui sono stati pubblicati quegli articoli. La mia memoria... Sa come sono i vecchi! Eventualmente ripasserò per portargliele, se me lo permette, naturalmente.

«Ma certo, con piacere» è costretto a rispondere Newcomb, prendendo nota mentalmente di avvertire la sua segretaria di usare i pretesti più sfruttati, se occorre, per impedire per sempre a quel vecchio di varcare di nuovo la soglia del suo ufficio.

ooooo

Il lungo tavolo ovale della sala riunioni è circondato da facce scure. Sprofondato nella sua poltrona presidenziale, Newcomb aspetta un'idea geniale dai suoi collaboratori. Loro restano muti, accasciati sulle sedie a immagine del loro

presidente.

«Non abbiamo nessun indizio su questo informatore di buona volontà?» chiede Goujon, un uomo la cui figura filiforme si assottiglia di più ogni anno.

«Nessuno», dice Newcomb. «Ma è maledettamente ben informato sulle nostre finanze. Se ci dice che una delle associazioni che lavorano con noi per la Giornata della Solidarietà ha volontariamente dichiarato un ammontare ridotto per le donazioni ricevute, gli si può credere».

«Allora dobbiamo annullare l'edizione di quest'anno, il tempo di chiarire la faccenda» propone Neols, una giovane recluta che ha ancora un'idea molto incompleta di come si gestisce un'organizzazione.

Nessuno si prende la briga di rispondergli.

«Perché non avvertiamo la polizia?» insiste Neols. «Come prova della nostra buona fede e della nostra integrità!».

Silenzio.

«Quel che non capisco», dice Pazulier, un uomo tanto grasso quanto Goujon è magro «è perché questo tizio non ci ha rivelato il nome dell'associazione che ha truccato i suoi conti invece di lasciarla scoprire a noi. Se ce l'ha con questa associazione, ha tutto l'interesse che venga esclusa dalla manifestazione».

«Forse ce l'ha con noi, invece» obietta Newcomb. «Ora che siamo al corrente del problema, se non facciamo niente possiamo essere accusati di complicità».

«A meno che si tratti semplicemente di una calunnia», propone Goujon.

Tutti hanno la sensazione che sia poco probabile. L'informatore anonimo ha dimostrato di saperla lunga, e quel che ha detto quella stessa mattina al telefono a Newcomb con voce contraffatta conferma e completa altre informazioni. Bisogna agire, e in fretta: la Giornata della Solidarietà avrà luogo tra tre mesi e le associazioni candidate a una partecipazione all'evento aspettano sempre più impazientemente di sapere se potranno farne parte.

ooooo

«Voglio che tutto sia esaminato nel modo più scrupoloso possibile», spiega Newcomb ai suoi collaboratori. «Questi fogli pieni di cifre riepilogano, per ogni associazione partner dell'anno scorso, la lista dettagliata dell'ammontare delle donazioni ricevute durante la Giornata. Lavodsky, Voefforgue, visto che siete portati per le cifre, conto specialmente su di voi».

Newcomb dubita che si possa trarre qualcosa da quei documenti, ma dato che non ha nemmeno una pista ha deciso di iniziare così, per sottolineare l'importanza della faccenda e coinvolgere al massimo i suoi dipendenti.

Mentre tutti fanno finta di poter ricavare delle informazioni da quelle liste di cifre, la porta della sala riunioni si apre su un ometto timido dai capelli radi e grigi, che tiene il cappello in mano e richiama l'attenzione di Newcomb.

«Come diavolo ha fatto a entrare qui, signor Duval?».

Come un bambino sorpreso mentre sta rubando della cioccolata, l'uomo risponde timidamente:

«La sua segretaria non era al suo posto, e visto che lei mi aveva dato il permesso di

tornare a trovarla...».

«Beh, capita male. Sono nel bel mezzo di una riunione e ho molto lavoro da fare».

«Capisco», annuisce il vecchio.

Fa per andare, poi, vedendo che nessuno lo trattiene, assume il tono di voce più innocente per dire:

«Una brutta storia, quella che vi è capitata. Il male si intrufola ovunque, anche dove meno ci si aspetta. Spero che riusciate a smascherare i truffatori e a farli punire».

Dette queste parole, si copre lentamente la testa con il cappello, poi fa dietro front.

«Un momento, prego!».

La voce poco gentile che si è appena indirizzata a lui è quella di Pazulier.

«Newcomb», prosegue sullo stesso tono, «ha informato lei il signore di quel che sta succedendo?».

«Certo che no», si difende l'interpellato. «Mi piacerebbe molto sapere come fa ad avere queste informazioni, signor Duval».

Per un istante, tra i presenti balena l'idea che quel piccolo ometto dall'aria inoffensiva potrebbe essere l'informatore benintenzionato: dopo tutto, calunniare a caso le associazioni partner della Giornata servirebbe ai suoi interessi. Quest'idea però si limita a passare nelle loro menti, vista l'assurdità di una tale ipotesi.

«Mi permetta...» dichiara il vecchio sedendosi su una sedia respirando affannosamente. «Grazie. Le mie gambe non sono più quelle di una volta. Non abbia paura, resterò seduto qui solo il tempo di riprendere fiato».

Newcomb non ha la prontezza di far notare al visitatore che una tale fatica è insolita per una persona che va a ballare tutte le domeniche.

«Allora?» domanda a bruciapelo.

«Ebbene...» spiega Marcel Duval, «aspettavo il ritorno della segretaria quando è iniziata la vostra riunione. Questi uffici moderni, si ha un bel dire, ma non sono insonorizzati proprio per niente. Sembra che siano stati inventati proprio per svelare tutti i segreti! È così che, mio malgrado, ho sentito il suo discorso di poco fa, e sono assolutamente d'accordo con lei: bisogna essere implacabili con i truffatori».

Di fronte a lui, tutta una serie di occhi lo sta fissando con aria di disapprovazione. Sentendo che non può spingere oltre il suo vantaggio, fa un respiro profondo, piega il busto il più lentamente possibile per alzarsi e, così facendo, lancia un'occhiata su uno dei fogli pieni di cifre.

«Le liste delle donazioni, vero? E una dev'essere falsa...».

Intorno al tavolo, molte persone incrociano le braccia in segno di impazienza. Ancora qualche secondo e poi faranno segno a Marcel Duval di andarsene. Costui smette improvvisamente di alzarsi, fissa le cifre che ha davanti a sé con maggiore attenzione, poi solleva uno sguardo pieno di sorpresa:

«Ma che strano! Ha notato le cifre di questo foglio?».

Newcomb afferra il foglio, non senza rivolgere al vecchio lo sguardo di chi non si fa imbrogliare. Scorre le cifre in diagonale prima di dire:

«Io non vedo niente di sospetto. La sua data di nascita figura forse su questa scheda?».

Uno dei presenti fa una risatina forzata. Il vecchio si risiede subito, prima di

dichiarare all'assemblea lievemente curiosa:

«Signori, se ho ben capito, voi disponete di un certo numero di liste e sapete che una di queste è truccata. Immagino che se fossi stato incaricato di portare a termine la truffa - perché è così che bisogna definire quest'atto -, avrei costruito una lista di numeri aleatori la cui somma sarebbe stata inferiore a quella effettivamente percepita».

«E allora?».

«E allora il caso ha le sue regole», risponde Marcel Duval, sempre più sicuro di sé. «Se i truffatori conoscono male le leggi del caso, cioè la ripartizione statistica che deve normalmente seguire una lista di donazioni, allora la lista immaginaria che hanno inventato può essere scovata dimostrando che, contrariamente alle altre, non possiede la regolarità che dovrebbe avere».

«Signor Duval», lo interrompe Newcomb, «non siamo qui per dissertare sulla legge dei grandi numeri, sulla legge delle serie o sulla probabilità che si ha di essere truffati dopo che si è vinto alla lotteria. Ora, se vuole...».

«Vengo al nocciolo della questione», modera il vecchio. «La lista che mi è caduta sotto gli occhi ha una caratteristica che colpisce: una grande quantità di donazioni comincia con il numero 1. Generalmente, le donazioni possono avere qualsiasi valore, dunque non c'è motivo perché questi valori inizino più frequentemente con una cifra rispetto a un'altra. Ecco perché questa lista mi incuriosisce. Questa qui a fianco, invece, mi sembra più normale: vede, i valori che vi sono riportati iniziano più spesso con altre cifre».

Newcomb, che ha sempre in mano la lista che gli ha dato l'importuno, la porge a Goujon sorridendo di sottecchi. Quest'ultimo, lungi dal ricambiare il sorriso, ha uno scatto di collera:

«L'Associazione per la lotta contro la poliscrotosi! Sa che ho l'onore di esserne il tesoriere? Lanciando questa accusa senza l'ombra di una prova seria, lei attenta al mio onore e alla mia reputazione. Sappia che non sono il tipo che si lascia trascinare nel fango».

«Io non accuso nessuno», risponde Duval, sempre gentile ma un po' titubante. «Non mi permetterei mai, visto che non conosco assolutamente le associazioni che lavorano con voi. Al di là di questa lista, su cui mi posso sbagliare, mi sembra però che...».

«Le siamo grati per aver voluto esserci utile» lo interrompe Newcomb. «Ora, mi dispiace di non poter stare ad ascoltarla più a lungo, ma abbiamo del lavoro da fare».

«Certo, certo» si affretta a rispondere il vecchio mentre esce timidamente dalla grande sala sotto sguardi carichi di rimprovero.

ooooo

Sono passati tre giorni dall'ultima riunione, senza che si sia arrivati a nessuna conclusione. Neols continua ad affermare che bisogna avvertire la polizia e Goujon non perde occasione per lodare l'integrità dell'Associazione per la lotta contro la poliscrotosi. Quanto all'agenzia di detective privati a cui Newcomb ha affidato il caso richiedendo la massima discrezione, per il momento non ha fatto ancora nessuna

scoperta. Sarebbe stato sorprendente il contrario, vista la quantità di indagini da fare.

Appare chiaro che ci sono poche possibilità che l'associazione disonesta venga scovata prima della designazione di quelle che parteciperanno alla prossima Giornata della Solidarietà. Lo squillo del telefono strappa Newcomb alle sue riflessioni pessimiste.

«Signor Newcomb? Sono la sua segretaria. Ho in linea un certo signor Duval che...».

«Ancora? Mia cara, le ho già detto che per quel tipo io non ci sono, e basta!».

«Non riesco a liberarmene», si scusa l'impiegata. «Telefona incessantemente da stamattina, sostiene di avere delle informazioni a proposito di una storia sconclusionata che mi racconta solo a tratti, su associazioni che non sarebbero molto oneste... Ma è vera, questa storia?».

OK, pensa Newcomb, se ci sono delle perdite, saprà da dove vengono. Tanto vale prendere la telefonata di Duval, almeno eviterà che quella portinaia di segretaria sia al corrente di tutto:

«Signor Newcomb? Sono Marcel Duval. Si ricorda di me?».

«Come potrei dimenticarla?».

«Mi dispiace disturbarla di nuovo, ma ho delle novità che potrebbero interessarle. E mi scuso ancora per la mia gaffe dell'altro giorno, deve aver considerato il mio comportamento inqualificabile».

«Dimenticato» risponde Newcomb. «Piuttosto, mi piacerebbe che lei tenesse per sé questa faccenda, perché vede...».

«Lei è molto gentile a non avercela con me per quello stupido errore» lo interrompe il suo interlocutore con un tono disarmante. «Vede, per un concorso di circostanze abbastanza incredibile, ora sono sicuro di poter trovare l'associazione che le causa tante seccature. Se vuole, vorrei dare ancora un'occhiata alle schede dell'altro giorno; le assicuro che mi ci vorranno solo pochi minuti».

«Signor Duval...» tenta inutilmente Newcomb.

«Poi non la disturberò più, glielo prometto solennemente, lei è stato già fin troppo cortese con me. Così avrò anche modo di rinnovare tutte le mie scuse alla persona che ho indebitamente accusato l'ultima volta e che spero di non aver ferito troppo. Allora, siamo d'accordo?».

ooooo

Davanti alla macchinetta del caffè, alcuni impiegati in giacca e cravatta ascoltano il loro capo che racconta la sua ultima telefonata:

«Però sono forti, questi vecchi» dice Newcomb. «Questo qui lo assumerei volentieri come rappresentante: impossibile sbarazzarsene finché non ha ottenuto quello che vuole. Quando lo mandate al diavolo, lui si comporta come se gli aveste fatto una cortesia. Per fortuna, mi ha giurato che è l'ultima volta che avrò a che fare con lui e, credetemi, saprò ricordargli questa promessa».

«Ecco Hercule Poirot!» esclama Pazulier avvicinandosi al gruppetto.

Newcomb sospira tirando fuori le schede dalla sua valigetta. I passettini di Marcel Duval si avvicinano, poi il suo piccolo corpo discreto ed educato appare dal

corridoio.

«Buongiorno», esordisce Duval togliendosi il cappello. «Vedrò di essere brevissimo per spiegarvi tutto».

Newcomb solleva un sopracciglio dubbioso. Il vecchietto si siede sotto gli sguardi inquisitori della piccola assemblea.

«Vede», spiega il visitatore, «esitavo a venirla a disturbare di nuovo dopo la mia gaffe dell'altro giorno. Dunque ho pensato di cercare il suo indirizzo per spedirle le riviste di cui le ho parlato. Mio nipote mi ha spiegato come trovare questo tipo di informazione con il computer, su quello che lui chiama un motore di ricerca... Internet, sa... Ma lei sa come sono i giovani: mi ha messo davanti al computer e mi ha piantato lì per andare a fare qualcos'altro. Allora ho cercato di cavarmela da solo e sa che cosa ho trovato?».

«Non ne ho la minima idea», risponde Newcomb. «E apprezzerei una versione accelerata delle sue spiegazioni».

«Ha ragione. Da quando ho una certa età, divago e perdo tempo... È molto piacevole, noti, non essere più sempre così di fretta come la gente di oggi. Ma lei avrà tutto il tempo di scoprirlo: un giorno sarà vecchio anche lei. Allora, che cosa ho trovato su Internet? Un testo su una scoperta assolutamente straordinaria attribuita a un certo Benford. In realtà si tratta di una riscoperta, perché si figuri che l'ho trovato perché il suo autore originario porta un nome che non è altro che... Oh! Posso avere anch'io un caffè? Grazie. Mi scusi, dov'ero rimasto? Ah sì, alla scoperta di questo Benford. Che cosa riguarda? Ebbene, provi a indovinare: la ripartizione statistica di numeri presi a caso».

«Signor Duval!» lo interrompe Goujon mentre Pazulier, con aria divertita, porge un caffè al visitatore con finta deferenza. «Non ho bisogno di ricordarle che cosa penso della sua analisi dell'altro giorno. Sono al di sopra di ogni sospetto e potrei anche decidere di farle causa per diffamazione se ha intenzione di continuare».

«Mi permetta di porgerle tutte le mie scuse per l'errore dell'altro giorno», risponde educatamente Marcel Duval posando sul tavolo il caffè che si apprestava a bere. «Vede, questo signor Benford ha scoperto che quando si prende una lista di numeri completamente a caso e si guarda la prima cifra di ognuno, contrariamente a quanto pensavo l'altro giorno, l'1 appare molto più frequentemente e il nove con minore frequenza.

Ho sperimentato io stesso questa legge di Benford con un catalogo che uso per i miei acquisti per corrispondenza: è impressionante il numero di prezzi che cominciano per 1 o per 2!».

I membri della piccola assemblea si scambiano degli sguardi. Dopo un attimo di riflessione, Lavodsky fa schioccare le dita:

«Val la pena di provare», decide. «Se quel che dice è vero, i truffatori senza dubbio lo ignorano e le cifre della loro lista saranno le uniche a distinguersi da quelle degli altri!».

Il fatto che il più esperto in questo genere di cose dia credito alle affermazioni del visitatore scuote i presenti. Tutti si mettono in attento ascolto del seguito.

«Sono pertanto più convinto», riprende Duval appena stupito del cambiamento negli sguardi, «di aver già visto l'altro giorno la lista disonesta. Ricordatevi:

indicando in modo errato l'Associazione contro la poliscrotosi, avevo confrontato la sua lista con un'altra di cui avevo notato che la ripartizione delle prime cifre era più omogenea. Dunque è proprio quella ad esser stata inventata di sana pianta, da qualcuno che ignora le leggi statistiche che regolano questo tipo di dati».

Voefforgue, offeso per essere stato superato da Lavodsky, si getta sulle liste alla ricerca di quella incriminata, mentre il vecchietto assume un tono sentenzioso:

«Il Vangelo ci ordina: che la tua mano sinistra ignori quel che fa la mano destra quando dà ai poveri. Matteo aggiunge molto opportunamente che il Padre vede nel segreto: chissà se l'evangelista pensava alla danza che fanno le cifre secondo i precetti di Benford?».

Voefforgue si rialza brandendo la sua preda:

«È questa: l'Associazione dei giovani contro il...».

«Ma come facciamo a provarlo?» lo interrompe Pazulier. «L'argomentazione del signor Duval forse è giustificata dal punto di vista statistico, ma nessun tribunale considererà questo elemento come una prova».

«Dovrebbe essere sufficiente per noi», risponde Newcomb. «Metterò i nostri detective privati sulle tracce di questa associazione. Se c'è qualcosa di più consistente da trovare, loro lo troveranno».

E infatti lo trovarono.

ooooo

«Perché un simile cambiamento nello spirito della Giornata della Solidarietà?» chiede la bella giornalista a Newcomb, tentando di coprire il rumore circostante.

«Le cose devono evolvere e a volte rinnovarsi...» spiega quest'ultimo evasivamente.

«Si dice che alcuni dei vostri vecchi partner non erano sempre molto... come dire...».

«Onesti? Sono al corrente di queste voci. E le risponderò in questo modo: se la giustizia ritiene che ci sia motivo di aprire un'istruttoria, deve fare il proprio lavoro. Per quanto mi riguarda, mi limiterò a questa Giornata, che parte sotto buoni auspici e sarà una festa oltre che un'iniziativa di interesse generale».

«Qual è il suo segreto per fare di questo evento un successo ogni anno?».

«Stiamo attenti alle attese del pubblico, è così che abbiamo scoperto che le danze popolari sono molto di moda ... Lei balla?».

Appendice

Mentre la legge dei grandi numeri di cui si è parlato ne *Il gioco delle tre carte* è una «legge del caso» di cui ognuno accetta facilmente la validità, il caso mostra a volte dei comportamenti più sorprendenti. La legge di Benford lo dimostra. Sembra che questa legge sia stata scoperta per la prima volta da Simon Newcomb, un astronomo della fine del XIX secolo, e poi successivamente riscoperta nel 1938 dal fisico Franck Benford. Il carattere inatteso di questa legge statistica ha permesso di scoprire molte truffe contabili in modo paragonabile a quello esposto nella storia precedente. Inoltre, questa legge illustra la difficoltà insita nel voler simulare mentalmente il caso, un compito per quale il cervello umano non è naturalmente predisposto. Senza parlare poi delle superstizioni di ogni genere, che vanno dai «metodi di gioco» che si pensa favoriscano le vincite al casinò alle credenze in «leggi seriali» che non valgono la saliva necessaria a spiegare la loro falsità, diverse esperienze hanno dimostrato che, quando tentiamo di simulare il caso, il risultato presenta sempre degli errori sistematici che lo allontanano molto dalla procedura di un «vero» caso, anche nel caso di un'esperienza semplice come quella di simulare una successione di tiri a «testa o croce».

La legge di Benford ovviamente non è valida per qualsiasi serie di cifre: per esempio, non si applica a una lista di numeri di telefono estratta da un elenco telefonico, perché le cifre che vi figurano non sono dei *numeri* ma delle semplici *serie di cifre*. La legge di Benford riguarda le liste di numeri non limitati nel valore superiore e nelle quali ogni numero è «estratto a sorte»: non è facile dare un senso matematico a questa estrazione a sorte su un insieme potenzialmente infinito di valori che dovrebbero avere ognuno la stessa possibilità degli altri di essere estratti.

Il fatto che la prima cifra di un numero di una lista aleatoria sia più spesso un 1 che un 9 può essere concepito immaginando che questi numeri siano compresi tra 1 e un valore *N*. Supponiamo in primo luogo che questo numero *N* sia uguale a 299. Tra i numeri che stanno tra 1 e 299 ce ne sono 111 che cominciano con la cifra 1 (il numero 1, più i dieci numeri tra 10 e 19, più i cento numeri tra 100 e 199). Ce ne sono ugualmente 111 che iniziano con il numero 2, ma quelli che iniziano con il numero 3 sono solo 11 (il numero 3 e i dieci numeri che vanno da 30 a 39), così come quelli che iniziano per 4, per 5, ecc. Se si sceglie a caso un numero tra 1 e 299, ci sono pertanto maggiori possibilità che la prima cifra del risultato sia 1 o 2 piuttosto che un'altra cifra.

Ovviamente, le probabilità si modificano quando *N* cambia. Si può tuttavia essere sicuri che l'equilibrio tra le cifre da 1 a 9 si raggiungerà solo quando *N* equivale a 9, 99 o 999 o 9999, ecc. Si ritiene che, in una lista per la quale non esiste un valore *N* chiaramente identificabile, è «più probabile» che questo *N* non sia in *questa* forma e che, pertanto, i numeri la cui prima cifra è piccola siano favoriti rispetto agli altri.

Il ragionamento precedente è molto imperfetto e non basta a dare alla legge di Benford un carattere quantitativo. Come si possono precisare le cose per sapere, in una lista di numeri presi a caso, la proporzione statistica di quelli che cominciano per 1, per 2 o per un'altra cifra? Si può ricorrere alla seguente ipotesi: se si ammette l'esistenza (che non è scontata, ma che diamo per stabilita) di una «legge della prima cifra», ovvero dell'esistenza di una proporzione costante di numeri la cui prima cifra è 1 (o 2, o un'altra), allora questa proporzione non deve cambiare se si moltiplicano tutti i numeri della lista per uno stesso fattore. Se la lista considerata è quella dei prezzi di diversi beni, per esempio, allora la proporzione dei prezzi che iniziano con la cifra 1 non deve dipendere dall'inflazione. Partiamo da un prezzo di 100 € e osserviamo la sua evoluzione nel tempo con un'inflazione costante, per esempio dell'1 % annuo. Ogni anno, il prezzo viene moltiplicato per 1,01: nell'arco di un anno, è quindi pari a 1,01x100 €; dopo due anni, raggiunge l,01 x (l,01 x 100) €, dopo tre, è pari a 1,01 x (1,01 x (1,01 x 100)) €, e così via. Più in generale, nell'arco di un numero *m* di anni, il prezzo è di 1,01 x 1,01 x... x 1,01 x 100 €, in cui il numero 1,01 nell'espressione precedente è uguale a *m.* La notazione esponenziale permette di scrivere la quantità precedente nella forma più compatta: $1{,}01^m$ x 100.

Il numero di anni in cui il prezzo resta inferiore a 200 € corrisponde al valore massimo di *m* per il quale si verifica la disuguaglianza $1{,}01^m$ x 100 < 200, disuguaglianza che si semplifica in: $1{,}01^m < 2$. Un calcolo dimostra che $1{,}01^{69} \approx 1{,}987$ e che $1{,}01^{70} \approx 2{,}007$: il prezzo si scrive pertanto con un 1 come prima cifra per sessantanove anni, dopo di che supera il valore 200.

Per conoscere il numero di anni in cui il prezzo resta compreso tra 200 e 300 € (ossia in cui la prima cifra resta 2), interessiamoci in primo luogo al numero di anni in cui il prezzo resta inferiore a 300 €: ragionando in modo analogo a quello che si è visto prima, si vede che questo numero *n* corrisponde all'intero più grande per cui si verifica la disuguaglianza $1{,}01^n$ x 100 < 300, disuguaglianza che si semplifica in $1{,}01^n < 3$. Un nuovo calcolo dà $1{,}01^{110} \approx 2{,}988$ e $l{,}01^{111} \approx 3{,}018$. per dieci anni, quindi, il prezzo resterà al di sotto dei 300 €. Poiché sappiamo già che solo durante i primi sessantanove anni il prezzo sarà inferiore ai 200 €, una semplice sottrazione porta a dire che il numero *n* di anni in cui il prezzo sarà compreso tra 200 € e 300 € è uguale a 110 - 69 = 41.

Riproducendo lo stesso ragionamento, si ottiene successivamente che il prezzo resterà compreso tra:

100 € e 200 € per 69 anni
200 € e 300 € per 41 anni
300 € e 400 € per 29 anni
400 € e 500 € per 22 anni
500 € e 600 € per 19 anni
600 € e 700 € per 15 anni
700 € e 800 € per 13 anni
800 € e 900 € per 12 anni
900 € e 1000 € per 11 anni.

Questa lista dimostra che il prezzo conserva molto a lungo 1 come prima cifra (il 30% dei 231 anni che trascorrono prima che il prezzo raggiunga i 1.000 €), un po' meno frequentemente il numero 2 (18%), e così via.

Una volta che il prezzo raggiunge i 1.000 €, si può fare un calcolo analogo per sapere dopo quanto tempo il prezzo comincerà nuovamente per 1. In realtà, un calcolo simile è inutile, perché un ragionamento dimostra che il numero di anni in cui il prezzo resta compreso tra 1.000 € e 2.000 € è lo stesso di quello in cui resta tra 100 € e 200 €. Infatti, dopo i primi 232 anni, il prezzo supererà i 1.000 € pur restando molto vicino a questo valore 1.000 (un valore più vicino alla realtà è 1.005,9 €).

Il numero di anni in cui il prezzo resterà al di sotto dei 2.000 € (ma al di sopra di 1.000 €) è pertanto, essenzialmente, il maggior numero intero p per il quale si verifica la disuguaglianza $1{,}01^p \times 1.000 < 2.000$, una disuguaglianza che si semplifica in $1{,}01^p < 2$. Non resta quindi che constatare che questa disuguaglianza è la stessa di quella vista precedentemente per l'analisi dei prezzi compresi tra 100 € e 200 € (e dà, quindi, il valore $p = 69$). In realtà, si sarebbe dovuti partire da 1.005,9 piuttosto che da 1.000, ovvero analizzare la disuguaglianza $1{,}01^p\ 1.005{,}9 < 2.000$. Un calcolo un po' più preciso dimostrerebbe però che l'approssimazione è legittima: il maggior numero intero che verifica questa disuguaglianza è ancora 69.

Il ragionamento precedente, benché matematicamente incompleto, suggerisce che, estraendo un anno «a caso», la probabilità che il prezzo inizi per 1 è del 30%, quella che inizi per 2 è del 18%, ecc. L'idea è ora di utilizzare un principio generale, che si può formulare in diversi modi ed equivale a supporre che osservare l'evoluzione di un prezzo nel corso del tempo è la stessa cosa che osservare simultaneamente un grande quantitativo di prezzi. Una versione più poetica di questa idea è stata formulata nel XVIII secolo da William Herschel, l'astronomo che ha scoperto il pianeta Urano: «Non è forse praticamente la stessa cosa assistere successivamente alla germinazione di una pianta, al suo sviluppo, allo spuntare delle foglie, alla fecondità, al suo avvizzimento poi al suo deperimento, e ammirare contemporaneamente un gran numero di campioni, ognuno rappresentativo di una delle tappe attraverso cui passa la pianta durante la sua esistenza?».

Secondo questo principio, dobbiamo aspettarci di osservare sul nostro catalogo (che i prezzi siano dati in euro, franchi o yen) che il 30% circa dei prezzi cominci per 1, il 18% per 2, ecc. Resterebbe da dimostrare come evitare questo riferimento a un'inflazione il cui valore è stato arbitrariamente fissato all'1% (lo si fa studiando quel che avviene quando questa viene scelta sempre più vicina a 0). Le proporzioni che si ottengono, che differiscono solo leggermente da quelle dedotte dai nostri calcoli precedenti, sono le seguenti, e quantificano la «legge della prima cifra»:

la prima cifra è un	1	nel	30,1%	dei casi
	2	nel	17,6%	dei casi
	3	nel	12,5%	dei casi
	4	nel	9,7%	dei casi
	5	nel	7,9%	dei casi
	6	nel	6,7%	dei casi
	7	nel	5,8%	dei casi
	8	nel	5,1%	dei casi
	9	nel	4,6%	dei casi

Segnaliamo inoltre che, parallelamente alla questione della ripartizione statistica della prima cifra di un prezzo la cui evoluzione è data da una formula del tipo $1{,}01^{m}$ x l00, ci si può porre il quesito della ripartizione statistica di un'altra cifra, per esempio quella posta subito dopo la virgola. Quest'ultimo problema attualmente non è stato risolto, al di là di qualche caso particolare. Di natura molto diversa da quello della legge della prima cifra, quest'altro interrogativo è legato a problemi complessi che resistono ai matematici da molte decine di anni e non sembrano prossimi alla soluzione.

Notiamo infine che al principio utilizzato precedentemente e di cui Herschel aveva dato un'immagine floreale si può dare una forma più precisa: è l'oggetto del *teorema ergodico,* dimostrato agli inizi degli anni Trenta in due forme diverse dai matematici George Birkhoff e John Von Neumann (quest'ultimo è lo stesso della teoria dei giochi illustrata nell'appendice de *L'assassino degli scacchi).* Questo teorema fornisce un quadro matematico rigoroso all'idea secondo la quale una media «temporale» che riproduce l'evoluzione di un determinato oggetto (per esempio la ripartizione statistica della prima cifra di un prezzo che evolve per effetto dell'inflazione) si avvicina a lungo termine a una media «spaziale» calcolata in un istante determinato (la ripartizione statistica della prima cifra per un gran numero di prezzi osservati simultaneamente). Esso costituisce il punto di partenza di un ramo della matematica contemporanea, la *teoria ergodica,* uno dei cui obiettivi consiste nel collegare più precisamente media spaziale e media temporale secondo il tipo di evoluzione del sistema considerato.

Blitzkrieg su algoritmo

13 agosto, ore 16.45
Quartier generale delle Forze armate di Eglonia

L'esposto è brillante. Forse troppo: attenzione a non esagerare, il Presidente-Protettore non apprezzerebbe che una persona qualsiasi si metta in mostra in queste circostanze.

Le numerose stellette e medaglie dei generali brillano sotto le luci delle potenti lampadine che illuminano la sala mentre il Consigliere Billek, grande stratega e indefettibile sostegno del Presidente-Protettore di Eglonia, espone con convinzione e competenza il piano di battaglia che ha messo a punto.

Sa già che il suo piano è irreprensibile e che sarà seguito alla lettera, ma sa anche che la decisione spetta soltanto al comandante supremo dell'Esercito. Quindi si rivolge esclusivamente a lui, con il rispetto servile che gli è sempre stato utile e che gli ha permesso di salire tutti i gradini della gerarchia egloniana, passando in pochi anni da un oscuro statuto di ingegnere a quello di Primo consigliere dell'uomo più potente del paese, la cui autorità non è diminuita dopo il suo colpo di Stato di dieci anni prima.

Alla fine, il Presidente-Protettore prende la parola:

«Studierò il suo piano e renderò nota la mia decisione».

È tutto.

Per Billek, la partita è già vinta. Ha appena conquistato il suo posto nella Storia. Sarà colui che ha ideato il piano vittorioso per la riunificazione dell'Eglonia e della Palesia. Quest'ultima condividerà presto l'onore di essere guidata dal Presidente-Protettore, per un futuro forte fondato sull'ordine e il rispetto dell'autonomia e dei valori tradizionali.

Pur non avendo mai apprezzato l'influenza di Billek su tutto quel che riguarda la strategia militare, anche i generali si preparano a raccogliere la gloria eterna di una vittoria inappellabile sul regime decadente e corrotto di Palesia. L'atmosfera è tesa. In quel momento si sta scrivendo una pagina di storia.

Il Presidente-Protettore autoproclamato sente suonare la tromba dell'assalto e l'immensa bandiera di Eglonia garrire al vento. Si vede già, uomo-provvidenza, estendere il suo regno al di là delle troppo ristrette frontiere del suo paese. Presto sarà finalmente rispettato come merita da tutto il mondo.

16 agosto, ore 11.00
Comando Supremo Militare di Palesia

«L'attacco è imminente, signor Presidente. Tutte le nostre informazioni concordano nell'affermare che l'esercito egloniano si accinge a dare l'assalto nel giro di qualche settimana».

A parlare così è il generale Arion. Alto, magro, capelli bianchi, viso solcato dalle rughe, spesso sorridente ma capace di prendere le decisioni più serie.

Non ama la guerra. L'idea di dover difendere il territorio contro i vicini egloniani non lo rallegra affatto, ma il tono delle sue parole non tradisce comunque nessuna esitazione.

«Quali sono i mezzi di cui disponiamo per respingere l'aggressione?» chiede il Presidente.

Eletto l'anno precedente, il presidente di Palesia non è assolutamente un esperto di questioni militari. Per lui conta solo l'economia, al punto che alcuni si chiedono se il suo rifiuto di vedere l'imminenza di un'azione bellicosa da parte del suo vicino egloniano non sia dettato dalla preoccupazione contabile di non spendere soldi in una guerra di cui fatica a comprendere le radici profonde.

«I nostri agenti infiltrati in Eglonia sono categorici», prosegue il generale: «movimenti discreti di truppe si stanno verificando in diversi punti strategici della frontiera: fanteria, artiglieria, aviazione... Le manovre del nemico sembrano convergere verso due punti principali, detti Alfa e Omega, dai quali devono presumibilmente partire due attacchi simultanei. Nel momento stabilito, un'intera flotta aerea partirà dal punto Alfa per attraversare le nostre linee di difesa e annientare le nostre unità di appoggio. Se ben condotto, e con i mezzi di cui dispone, l'assalto potrebbe durare solo poche ore. Una volta terminato, forse anche prima, le truppe terrestri del punto Omega avranno superato la frontiera per prendere possesso delle nostre principali postazioni di difesa e di comando che, private di qualsiasi appoggio, saranno costrette ad arrendersi».

Un pesante silenzio accoglie queste parole.

«Lei parla come se la disfatta fosse già programmata, Arion. Mi ricordavo che avesse un altro temperamento!».

Solo il generale Liryal può rompere così il silenzio. Il più anziano dei membri del Comando Supremo ha in effetti sperimentato tutto quel che un militare può sperimentare, dalle missioni più difficili sul campo ai più alti onori. Anche se non è il più graduato, il suo prestigio gli permette di rivolgere simili commenti a chiunque.

«Mio generale», risponde Arion «i fatti sono incontestabili. Se i Troiani avessero ascoltato Cassandra, magari Ilio sarebbe stata salvata».

«Allora, ci dica come conta di difenderci» dice il Presidente.

«L'arma principale dell'avversario è l'effetto sorpresa. Senza questo, pur armati come sono, farebbero molta fatica a penetrare nelle nostre linee con la loro aviazione. Propendo quindi per una strategia difensiva, con uno stato d'allerta permanente. Abbiamo molti agenti infiltrati che potranno aiutarci a prevenire l'attacco. Se sappiamo dove e quando i loro aerei decolleranno, allora le unità che vedete qui si muoveranno verso...».

Il seguito descrive in termini tecnici la visione di un fine stratega, qual è il generale Arion, rispettato da tutto lo Stato Maggiore. I militari presenti fanno delle domande, cercano un punto debole, sviscerano ogni argomentazione: invano. Arion ha previsto tutto quel che si poteva prevedere, il suo piano è un piccolo capolavoro di strategia. Tuttavia, di fronte a un'aggressione di tale portata, da parte di un avversario così potente, anche lui deve convenire che i rischi di disfatta sono alti.

18 agosto, ore 20.00
Discorso televisivo del Presidente-Protettore di Eglonia

«Egloniani!

La strada che conduce all'ordine e alla prosperità è una strada difficile a cui, come sapete, destino tutte le mie energie. Il mio compito è proteggere ognuna e ognuno di voi, e a questo compito dedico tutte le mie forze, ma la sicurezza riguarda tutti e non possiamo permetterci di abbassare la guardia quando il caos è alle nostre porte!

L'altro ieri, una spia assoldata dal nemico è stata catturata dalla milizia speciale. Questa spia ha confessato di lavorare per il regime dispotico e screditato che governa attualmente la Palesia, la provincia strappata al nostro paese duecento anni fa e che da quella tragica separazione ha conosciuto tante e tante sofferenze. I nostri cugini, i nostri fratelli palesiani, subiscono da troppo tempo il giogo di una pseudo-democrazia che ignora le virtù morali.

La spia che è stata catturata è stata giudicata equamente: le informazioni che doveva raccogliere e trasmettere al suo governo erano in grado di compromettere la difesa nazionale, quindi il giudizio è stato espresso secondo la legge marziale. La spia è stata pertanto condannata a morte e giustiziata.

Abbiamo tutte le prove che mostrano che questa spia era la maglia di una catena che l'illegittimo governo della Palesia tenta di mettere in campo per scalzare il nostro esercito e i nostri interessi vitali, allo scopo di impedire il proseguimento delle riforme. Vedono che l'Eglonia sta diventando un modello e temono che questo provochi nel loro paese un moto di rivolta di grandi proporzioni, una rivolta che sarebbe il preludio alla Riunificazione, sotto l'autorità di un vero capo e non di quei mercanti avidi che se ne infischiano della grandezza del loro territorio!

Egloniani!

Come voi, auspico la pace!

Come voi, soffro all'idea di dover lottare contro i nostri fratelli che una frontiera assurda ha tenuto lontani da noi per troppo tempo!

Come voi, voglio garantire un futuro ai nostri bambini, la salute ai nostri anziani, una casa a ogni famiglia!

Come voi, voglio una nazione grande, forte e prospera! È questo il futuro che il nostro cammino sta delineando!

Oggi, siamo minacciati dall'interno da un nemico troppo vile per mostrare il suo vero volto, ma abbiate fiducia! La nostra nazione ha già dimostrato come tratta i vili che osano attaccarla!

Nel nome dei nostri gloriosi antenati e di tutto quel che ha reso grande il nostro popolo, chiedo a ognuno di voi di mostrarsi docile e di eseguire gli ordini con

diligenza ed entusiasmo. Solo l'unione impeccabile dell'intera nazione sarà in grado di dissuadere il nemico a proseguire le sue azioni spregevoli contro i nostri interessi.

Ecco perché chiamo alla mobilitazione generale le nostre forze armate, con il richiamo alle armi per tutti gli uomini tra i ventidue e i ventotto anni.

Tutti, senza eccezioni, devono presentarsi entro tre giorni alla loro caserma per essere destinati alle nostre unità. Considerata l'urgenza della situazione, non potranno essere tollerate né defezioni né ritardi.

Egloniani, siate fiduciosi!

Supereremo insieme questa terribile prova e presto il mondo intero avrà una nuova dimostrazione della grandezza del nostro popolo!

Quanto a me, vostro Presidente, sarò in prima linea per proteggervi dalla tempesta che sta per scoppiare. E, se Dio lo vorrà, il domani ci vedrà ancora più forti di oggi».

21 agosto, ore 14.30
Scuola nazionale militare di Palesia

Se c'è qualcuno che si è meritato una medaglia, quello è il capo dei servizi segreti palesiani. Le sue informazioni di prima mano sulla situazione in campo nemico hanno sorpreso, ma anche rassicurato.

L'esercito egloniano non è ancora pronto a dare l'assalto. Il rinvio del richiamo alle armi durerà almeno un mese, dopo di che l'attacco potrà partire in qualsiasi momento, di giorno e di notte.

«Perché allora il punto Omega emette in direzione del punto Alfa dei segnali radio senza capo né coda?» si stupisce Arion.

«Pensiamo che l'ordine di attacco partirà dal punto Omega e che verrà dato tramite un segnale radio simile», risponde il capo dei servizi segreti. «Emettono cose qualsiasi in modo continuo, ma a un certo momento un messaggio in codice prenderà il posto di questo rumore senza senso. L'idea è ingegnosa, perché il messaggio non avrà nemmeno bisogno di essere criptato in modo complicato: sarà in un certo qual modo annegato in mezzo al flusso continuo della trasmissione».

Per Arion, questa idea ha una firma: solo la temibile intelligenza di Billek ha potuto immaginare una procedura del genere.

«Comunque» dice, «se niente di quel che trasmettono attualmente ha senso, l'ordine di attacco ne avrà uno. Che cosa dicono i nostri criptanalisti?».

«Proprio per poterne parlare con loro ho voluto che questa riunione si tenesse alla Scuola militare, dove si trovano i nostri migliori specialisti».

Il capo dei servizi segreti dà un ordine al piantone di servizio, il quale si affretta a eseguirlo. Un minuto dopo, un uomo molto alto e robusto viene introdotto nella stanza dov'è riunito lo Stato maggiore.

«Signor Presidente, le presento il professor Atinger», dichiara il capo dei servizi segreti. «Nessuno in Palesia conosce meglio di lui i problemi di criptanalisi che ci interessano».

Il Presidente saluta gentilmente il nuovo arrivato, lo invita a sedersi e, senza sapere bene cosa chiedergli di preciso, si accontenta di uno scambio di cortesie. Appena la gerarchia glielo permette, il generale Arion riprende la parola:

«Professor Atinger, immaginiamo per un attimo che qualcuno diffonda una serie ininterrotta di cifre senza senso, fino al momento in cui decide di trasmettere un messaggio in codice. Esiste un modo con cui qualcuno dall'esterno possa determinare il momento in cui il vero messaggio prenderà il posto di quelli falsi?».

Il professore riflette attentamente a quel che sta per dire, poi spiega all'assemblea attenta:

«Mio generale, esistono molti software informatici che permettono di decriptare dei messaggi segreti, più o meno efficaci a seconda della qualità del metodo di criptaggio utilizzato. Tuttavia, se quel che vi interessa è unicamente il momento di inizio della sua emissione, la cosa è allo stesso tempo più facile e più complessa».

Il professore esita ancora qualche istante. Tutti gli sguardi convergono su di lui e, anche se è uno dei membri più altolocati e più influenti della Scuola militare della Palesia, si sente pervaso da un certo nervosismo. Anche lui sa che la guerra è vicina, e sente che le sue parole peseranno sul modo in cui i generali la condurranno.

«La difficoltà» prosegue «sta nel fatto che qualsiasi messaggio va bene, il che apre le porte a una varietà quasi infinita di modi di procedere: il nemico può scegliere di inviare una conta spagnola del XV secolo codificata da un banale software disponibile in commercio, oppure un discorso di Cicerone tradotto in lingua anasazia... Non voglio assolutamente dire che il problema sia senza soluzione, ma bisognerebbe disporre di un software efficiente che consenta di esaminare ciò che viene trasmesso dal punto di vista statistico: quando il vero messaggio cifrato verrà trasmesso, la serie di cifre dovrebbe presentare delle proprietà statistiche diverse da quelle dei messaggi falsi inviati precedentemente, per il fatto stesso che si tratterà di un messaggio non aleatorio. Naturalmente si può sperare di rilevarlo solo se non è troppo breve».

«Altrimenti?» chiede Arion.

«Non credo dobbiate preoccuparvi di questo» indica il professore. «Perché la strategia di cui parlate sia efficace dal punto di vista di chi la utilizza, il messaggio deve essere abbastanza lungo per non rischiare di essere trasmesso accidentalmente. Non può ridursi a una semplice sequenza di tre o quattro zeri, per esempio, perché ci sarebbe il grosso rischio che, nei messaggi falsi diffusi continuamente, questa stessa sequenza si ritrovi per semplice effetto del caso».

Arion si alza dalla sedia, fa qualche passo per definire la sua decisione poi prende la parola con un tono che non ammette repliche:

«Professore, lei ha appena stabilito il suo programma di lavoro.

A nome della difesa nazionale, le do due settimane per elaborare il software che ci permetta di rilevare il momento in cui il nemico trasmetterà il suo messaggio».

«È assolutamente impossibile in un lasso di tempo così breve» obietta pacatamente il professore.

«Lo so», ribatte il generale. «È per questo che glielo chiedo. Se la cosa fosse banalmente facile, i nostri nemici la conoscerebbero e avrebbero preso provvedimenti. Se ci si limita sempre al possibile si diventa prevedibili, che è la caratteristica dei vinti».

Con le mani appoggiate distanziate sul tavolo, Arion sembra ancora più alto. Il Presidente, invece, è tutto rattrappito. È una grave mancanza dei nostri dizionari non

contenere il verbo «inesistere» perché, in quel preciso istante, il Presidente inesiste.

Il generale assapora il momento. Pensa a Billek, suo nemico intimo, a cui la stampa internazionale spesso lo paragona: entrambi occupano ranghi simili nei rispettivi paesi; sono intelligenti, temuti e rispettati; ma Arion vede nell'intelligenza fredda di Billek soprattutto l'espressione di un potere disumano, mentre lui ama dipingersi come un uomo colto e raffinato. Ma soprattutto, Billek sarà sempre il numero due di Eglonia, eterno protetto di un despota, mentre lui, Arion, ha appena preso il potere nel suo paese. Lo considera la sua prima vittoria.

28 agosto, ore 15.00
In duplex dalla radio nazionale belbanese

Il generale Arion non vede la giornalista belbanese che lo sta intervistando per telefono in duplex, ma è chiaro che lei non è assolutamente emozionata nell'interrogare l'uomo che, con ogni probabilità, condurrà una guerra contro un paese molto vicino alla Belbania. Le domande si susseguono, incisive, ben preparate. Arion risponde con calma, cercando di difendere il suo punto di vista senza dire troppo.

«I governi stranieri che, secondo quanto lei afferma, vi sostengono rifiutano ogni coinvolgimento in un conflitto tra l'Eglonia e la Palesia», ricorda la giornalista. «Come spiega queste posizioni altalenanti dei vostri alleati?».

Tutte le domande sono acute e pertinenti.

Oltre a mantenere un certo contegno, Arion deve evitare di dare l'impressione di sostituirsi al presidente legittimo della Palesia. Quest'ultimo gli ha lasciato piena libertà di spiegare la posizione ufficiale del governo, ma Arion vive male gli attacchi di una certa stampa, che lo accusano di cercare di approfittare delle tensioni internazionali per preparare un colpo di Stato.

«Per concludere, quale messaggio vorrebbe comunicare agli egloniani e al loro presidente?».

«Ebbene», dichiara il generale «dico a tutti gli egloniani che la guerra non è mai una fatalità. In epoca medievale, l'imperatore dei germani un giorno volle attaccare il re dei franchi: fu il Grande Allarme, che portò a una mobilitazione senza precedenti dei franchi. Davanti a una tale mobilitazione, molto saggiamente l'imperatore decise di non attaccare. Se il presidente di Eglonia mostra questa stessa prudenza davanti alla nostra attuale mobilitazione, allora il governo di Falesia mostrerà la stessa saggezza del re dei franchi, che smobilitò anch'egli le sue truppe».

Soddisfatto della sua conclusione, Arion alza la testa verso la biblioteca del suo ufficio, in mezzo alla quale troneggia la *Storia dell'Esercito francese* del generale Weygand.

28 settembre, ore 20.45
Palazzo presidenziale di Eglonia

Al primo piano del palazzo presidenziale, interamente ricostruito sette anni fa, il Presidente-Protettore è affacciato al balcone del suo ufficio, solo. Sta vivendo

quell'ora così particolare in cui la notte è piena di promesse. Si sente trasportato dai profumi delle piante venuti a inebriarlo e dalla musica di Wagner che sta ascoltando. Sotto di lui ci sono i giardini del palazzo; la musica gli riempie i polmoni come l'aria fresca della notte nascente.

È grande. È il più grande. La stessa luna, quasi piena, sembra osservarlo con rispetto e interesse. Il Presidente appoggia una mano sulla fredda balaustra.

Gli alberi, gli arbusti, i massicci ben ordinati sono altrettanti soldati disposti a dare la vita per la vittoria.

Egli si trova su un palco infinitamente alto, dal quale arringa a tutto il suo popolo venuto ad acclamarlo.

È il comandante in capo che parte all'assalto in prima linea, con la bandiera in mano, esortando i valorosi a seguirlo. La cavalcata delle Valchirie lo innalza, lo fa volare verso cieli dove le trombe della gloria lo avvolgono e lo trasportano per l'eternità.

Esaltato e sicuro di sé, si avvicina al telefono per chiamare l'unica persona a cui è destinato il suo ordine:

«Billek, ho deciso che l'attacco avverrà questa notte».

29 settembre, ore 23.25
Punto Omega

Il Presidente-Protettore ha appena passato in rivista le truppe del punto Omega, che entreranno in azione appena agli aerei da guerra raccolti al punto Alfa sarà stato trasmesso l'ordine di decollo. Da questi ultimi dipenderà l'esito della guerra-lampo che sta per cominciare, ma la marcia trionfale verso la capitale nemica partirà dal punto Omega. I maggiori responsabili militari del paese vi sono dunque riuniti, aspettando solo l'ordine di mettersi in marcia.

«Vede» spiega Billek con una soddisfazione che nasconde a fatica, «da settimane trasmettiamo sulla frequenza radio che deve servire a dare l'ordine di partenza. La trasmissione è completamente aleatoria e deve aver dato del filo da torcere ai servizi di decriptaggio del nemico: mi sono semplicemente servito dei numerosi disturbi emessi da questa frequenza per produrre una serie di numeri. La cifra emessa ogni secondo è semplicemente la cifra delle unità dell'intensità misurata dei disturbi di questa stessa frequenza. Con tutte le variazioni di disturbo non si può distinguere nessuna regola: c'è di che far diventar matto qualsiasi criptanalista.

Ora invieremo al punto Alfa l'ordine di attacco. Come far sì che quest'ordine venga rilevato?, dirà lei. È molto semplice: ho ideato un metodo che produce una successione di cifre che sembrerà *aleatoria,* ma che sarà invece perfettamente determinata. Non mi fido dei servizi segreti palesiani, che sicuramente la sanno lunga sui nostri piani. Ma con questo sistema di comunicazione, non riusciranno *mai* a distinguere l'ordine di attacco dai nostri messaggi aleatori.

Posso, signor Presidente?».

«Glielo ordino».

Tutti trattengono il respiro mentre Billek batte i tasti del suo computer.

«Alea iacta est», esclama alla fine.

29 settembre, ore 23.40
Comando supremo militare di Falesia

«Generale! Generale!».

Arion, in pigiama, apre precipitosamente la porta della sua camera.

Il professor Atinger resta sulla soglia della porta, con un grande fascio di fogli tra le mani.

«Generale, mi hanno appena portato le ultime trasmissioni del nemico sulla frequenza che stiamo seguendo... Credo che ci sia stato un cambiamento».

«Che genere di cambiamento?».

Atinger gli porge i fogli. Arion li guarda, poi solleva lo sguardo verso il professore:

«Non ci capisco niente. È sicuro che il nemico non trasmetta su un'altra frequenza, o che la sua apparecchiatura non sia in panne?».

«Generale, non si può mai essere sicuri che tutto funzioni, ma nulla lascia pensare che ci sia un guasto».

Arion si rialza in tutta la sua statura. Riflette solo per un breve istante, da uomo d'azione abituato alle decisioni rapide:

«L'assalto è appena iniziato. Avvisi il Presidente che il nostro piano di difesa verrà eseguito immediatamente».

13 gennaio, ore 16.15
Alta Corte speciale di giustizia della Falesia

«Generale, tutti l'hanno vista scambiare qualche parola con il generale Billek all'uscita dell'udienza. Che cosa vi siete detti?».

Arion, che sta per essere nominato maresciallo di Palesia, si limita a eludere la domanda. Sorride, dentro di sé, pensando a quella piccola discussione che ha sconvolto un po' il protocollo e suscita già commenti.

I dirigenti di Eglonia, tutti arrestati poche ore dopo aver varcato la frontiera, vengono giudicati per crimini contro la pace. Secondo tutti gli osservatori, il verdetto non riserverà sorprese.

Eppure nel piano di Billek tutto era perfetto, e solo un miracolo come la storia a volte ne sa fare ha potuto salvare la Palesia dall'invasione.

L'astuzia di Billek... l'unico punto debole dell'attacco. Un messaggio falsamente aleatorio in mezzo a un torrente di cifre completamente disordinate. Un'idea insuperabile, a condizione di accertarsi che il metodo destinato a simulare il caso sia davvero efficace.

Il metodo applicato da Billek sembrava al riparo da ogni critica: prendere un numero di sei cifre, elevarlo al quadrato per ottenere un numero a dodici cifre da cui si estraggono le sei cifre centrali, ricominciare... Ad Arion c'era voluto un momento per determinare il numero di partenza, quello che Billek aveva scritto sul suo computer per dare il segnale dell'assalto. Si trattava del numero 280274: la secessione della Palesia dall'Eglonia risale al 28 febbraio 1774.

Il quadrato di 280274 ammonta a 78553515076. Riportato su dodici cifre, questo numero dà 078553515076. Le sei cifre centrali formano il numero 553515. A quel

punto si calcola il quadrato di 553515, e così via:

280274 → 078(553515)076
553515 → 306(378855)200
378855 → 143(531111)025
531111 → 282(078894)321
078894 → 006(224263)236
224263 → 050(293893)169

La serie di Billek cominciava pertanto così:
280274553515378855531111078894224263293893373095199879951614569204...

Chi dunque, ignorando il metodo, poteva sperare di distinguere la serie di cifre così ottenuta da una serie realmente aleatoria?

Billek non ignorava che prima o poi la serie generata dal suo metodo sarebbe ritornata sulle stesse cifre: esiste solo una quantità limitata di numeri a sei cifre, quindi si finisce necessariamente per ricadere su un numero già visto, il che fa allora entrare il processo in un circolo da cui non si può più uscire. Era comunque legittimo aspettarsi che occorresse ripetere migliaia di volte il procedimento prima che la successione di cifre manifestasse con la periodicità il suo carattere non aleatorio. Seppur entrati in questo circolo, si poteva pensare che fosse di dimensioni tali da renderlo difficile da rilevare.

Billek aveva testato le prime fasi del suo procedimento, l'inizio della successione delle cifre aveva di che farlo sentire pienamente ottimista. Del resto, il software del professor Atinger non aveva fatto neanche una piega quando questa sequenza era stata trasmessa dal nemico.

E poi, sono trascorsi quei cinque minuti...

Alla cinquantesima ripetizione, il numero a sei cifre prodotto è 396233. Tutto sembra ancora funzionare. Alla tappa successiva, però, il procedimento vacilla generando il numero 000590. Il frutto è bacato: la sequenza di cifre che deriva dall'elevazione di 590 al quadrato riproduce una sequenza di tre zeri.

000590 → 000(000348)100

A uno sguardo esterno può sembrare che la serie di tre zeri che appare nella sequenza 000590 sia solo l'effetto di un semplice caso, una di quelle inevitabili coincidenze che si verificano quando viene prodotta una sequenza aleatoria di cifre, né più né meno inquietante della serie di quattro uno a conclusione della terza tappa, che aveva dato il numero 531111.

Non c'è niente da fare. Nel momento in cui il numero 000590 è seguito dal numero 000348, non è più possibile negare l'evidenza: i valori in gioco ormai sono troppo piccoli. Il loro quadrato non riesce ad alzarsi abbastanza per evitare l'apparizione di zeri. Il quadrato di 348 è uguale a 121104, quindi la cinquantatreesima tappa è la seguente:

000348 → 000(000121)104.

Tre zeri invadono nuovamente la prima metà delle sei cifre mediane. E il numero che segue questi zeri è ancora più piccolo di 348. É un'agonia: alla tappa successiva, gli zeri, implacabili, guadagnano ancora una posizione.

000121 → 000(000014)641

Chi può credere che il numero 14 abbia la minima possibilità di invertire la tendenza? Si raggiunge il valore 196 elevandolo al quadrato e, questa volta, si verifica l'inevitabile:

000014 → 000(000000)196

È finita. L'invasione degli zeri è praticamente totale.

000000 → 000(000000)000

Dopo cinque minuti di trasmissione, il messaggio aleatorio di Billek si è quindi trasformato in una serie ininterrotta di zeri. Il professor Atinger, che aveva lavorato senza sosta per programmare un software che fosse in grado di rilevare il più piccolo scarto alle proprietà statistiche delle cifre trasmesse in modo aleatorio, era stato per lo meno indispettito nello scoprire che tutto il suo lavoro alla fine era stato inutile. «Un bambino di sei anni avrebbe potuto fare la stessa cosa!» aveva sbottato, quando il Presidente, in un discorso senza clamori, gli aveva consegnato la medaglia.

Alla fine, il piano d'attacco del nemico si era affidato troppo all'effetto sorpresa: Arion aveva potuto lanciare la sua controffensiva solo pochi minuti dopo l'inizio dell'attacco e la guerra aveva preso veramente la piega del *blitzkrieg*[1], ma erano stati gli attaccanti a farne le spese. Arion vi vede la dimostrazione del fatto che, come scriveva Tucidide, «in guerra, non si può contare sulle debolezze del nemico, bisogna riporre le proprie speranze solo nella prudenza dei propri piani».

È ancora troppo presto per svelare tutte queste cose. Arion ha iniziato a scrivere le sue memorie di guerra, e l'errore di Billek è una delle rivelazioni che farà solo in quel contesto. Billek, il fedele seguace del Presidente-Protettore di Eglonia, «seminatore di ordine e disciplina», aveva seguito fin troppo il suo maestro: lo stratagemma che aveva elaborato mostrava una regolarità perfettamente ordinata. Un risultato che era esattamente l'opposto dell'intenzione iniziale.

Il generale Arion ha sempre saputo che la disciplina è la forza principale degli eserciti, e che la si mantiene solo a costo di un lavoro costante. Ormai sa che anche il disordine può rivelarsi restio, che il caso ha delle regole che non si imitano facilmente. Da soldato che non ha mai perdonato ad Einstein il suo antimilitarismo, si compiace del titolo che darà a quel capitolo delle sue memorie: *Solo Dio sa giocare a dadi.*

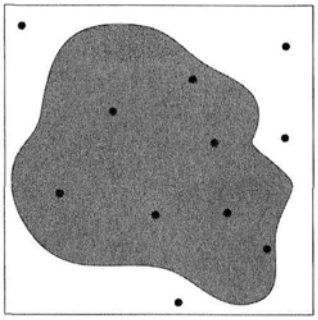
[1] Guerra lampo: modalità strategica elaborata nello stato maggiore dell'esercito tedesco alla vigilia della seconda guerra mondiale e poi applicata con successo, in stretta cooperazione con l'aeronautica durante le campagne in Polonia (settembre 1939) e sul fronte occidentale (maggio-giugno 1940). [NdT]

Appendice

«Vedere rompersi i coltelli sotto i frutti del caso...»
Blankass

Sfruttare il caso invece di accontentarsi di subirlo è un'idea del XX secolo. Nell'appendice del *Gioco delle tre carte* abbiamo citato il caso dei sondaggi; altri esempi della vita quotidiana sono dati dai videogiochi (in cui il caso interviene per evitare che le partite successive siano tutte uguali), dalla funzione *random* dei lettori di CD (per variare l'ordine di ascolto) o ancora dai giochi d'azzardo su Internet. Sul piano teorico, i metodi di calcolo detti «metodi Monte Carlo», rivelati da Stanislaw Ulam negli anni Quaranta, utilizzano delle estrazioni casuali per fare dei calcoli. In geometria, ciò consiste, tra altre cose, a calcolare l'area di una regione data estraendo a caso un gran numero di punti in un quadrato che circonda tale regione: con la legge dei grandi numeri, dalla proporzione di punti che toccano l'interno della regione si deduce un'approssimazione della sua area. Questo metodo presenta molti vantaggi, in particolare quello di essere in generale più semplice della ricerca di una formula esatta.

Questo tipo di tecnica non è perfetto. In primo luogo, per restare nell'esempio della determinazione di un'area, non si può mai escludere che l'approssimazione ottenuta si allontani dal valore effettivo. Indubbiamente, la legge dei grandi numeri afferma che, a lungo termine, si hanno «quasi tutte le possibilità» che la proporzione osservata si avvicini molto al rapporto tra le aree, ma questo «quasi» lascia una porta aperta a una differenza. Il rischio di uno scarto persistente all'infinito è «trascurabile» come quello di ottenere un numero razionale estraendo a sorte un numero tra 0 e 1: trascurabile sì, ma non inesistente...



Un secondo problema consiste nel fatto che se un'estrazione a sorte manuale è sufficiente per esempio per stabilire il programma di un torneo sportivo, molte situazioni sarebbero invece troppo pesanti da trattare in questo modo. É normale, per un sondaggio, dover scegliere a caso un campione di circa un migliaio di persone tra diversi milioni. E in questo caso non si può procedere come in una semplice lotteria.

Il mezzo informatico permette di risolvere simultaneamente questi problemi. Il

computer genera su richiesta una successione di cifre determinate da regole matematiche di cui viene dato un (cattivo) esempio nella storia precedente. Si definisce *algoritmo* una serie di istruzioni date a un computer a partire dalle quali esso produce un risultato. Partire da un numero a sei cifre predefinito, elevarlo al quadrato, prendere le sei cifre centrali e ricominciare da capo costituisce un algoritmo (per essere rigorosi, però, si impone che il processo si fermi).

Si chiama «generatore di numeri aleatori» un algoritmo in grado di produrre una successione di cifre che apparentemente non mostra nessuna regolarità. Grazie a questi generatori, la rapidità dei computer ha risolto il problema delle estrazioni a sorte plurime o relative a molti dati.

Poiché un generatore di numeri aleatori è un algoritmo, il risultato che fornisce in realtà è *determinista,* cioè contrario all'idea stessa che ci si fa del caso: un apparente paradosso che è allo stesso tempo un handicap e un vantaggio. Il difetto principale del metodo è che, poiché il caso generato dal computer è solo fittizio (per questo motivo si definiscono spesso i numeri prodotti come «pseudo-aleatori», invece che aleatori), la successione di numeri così ottenuta può presentare una finta regolarità, come nel caso dell'algoritmo detto *middle-square* («centro del quadrato») citato nella storia precedente. Von Neumann lo ideò agli inizi dell'informatica, ignorando la grande difficoltà di concepire un generatore di numeri pseudo-aleatori efficace.

I generatori di numeri pseudo-aleatori possono però essere anche fonte di grande interesse: se concepiti in modo corretto, infatti, essi producono un «falso caso» più efficace del vero. Dato che i numeri sono prodotti in modo determinista, le conclusioni che se ne deducono (per esempio, il calcolo di un'area tramite un metodo del tipo Monte Carlo) lo sono altrettanto, ovvero non lasciano più sussistere il rischio di deviazione statistica, che è sempre presente quando si estrae a sorte.

Dalla metà del XIX secolo, sono stati inventati diversi algoritmi per generare dei numeri pseudo-aleatori, ma il problema di trovare una serie «determinista dall'aspetto aleatorio» non può considerarsi risolto, se non altro perché non è realmente possibile definire una volta per tutte in modo matematico che cosa si intende per serie aleatoria. Nel 2003, un errore sistematico significativo è stato trovato perfino in un generatore di numeri pseudo-aleatori abitualmente utilizzato; le ricerche per migliorare le prestazioni dei generatori proseguono ancora oggi.

Da Archimede che difendeva le mura di Siracusa con l'aiuto di macchine basate sugli equilibri, agli ideatori dei primi computer (in gran parte ideati per le esigenze dell'esercito americano) passando da Galileo e dalle sue ricerche sulla parabola per definire la traiettoria di una palla di cannone, la storia della matematica è segnata da contributi all'arte della guerra. Il matematico Godfrey Harold Hardy, agli inizi del XX secolo, era orgoglioso del fatto che i suoi lavori sulla teoria dei numeri non sarebbero mai serviti a combattere: ci volle solo qualche anno prima che Alan Turing, cercando un metodo efficace per decrittare i messaggi tedeschi durante la seconda guerra mondiale, avesse l'opportunità di smentire questa ingenua affermazione. Se è vero che, nel corso della Storia, molti matematici si sono opposti ai conflitti armati, è altrettanto vero che la matematica, in quanto tale, è spesso servita a fare la guerra, mai a fare la pace.

La dea Logica

Posso farmi girare e rigirare le cose nella testa finché voglio, ma continuo a non capire che cosa è successo. Più il tempo passa e più mi dico che è stata solo una bravata e che nessuno dei due ha voluto confessarmelo.

E se questa storia avesse del miracoloso?

Dovrei dimenticare questa avventura, che non racconterò mai in cambio di qualche bicchiere offertomi da un pubblico avido di racconti sensazionali. Farei troppo la figura dello stupido. E dato che sarei incapace di spiegare la chiave della storia, non potrei nemmeno, per il tempo di un racconto, scambiare il mio ruolo con quello di Salviati o di Sagredo.

Peccato...

Il mio problema è che non posso impedirmi di rivivere ancora continuamente quei ricordi, come se la mia mente disponesse di una volontà propria. Allora, dato che, a quanto pare, non posso fare altrimenti, riprendiamo questa storia dall'inizio cercando di non tralasciare nulla.

Dunque, nonostante i miei ripetuti avvertimenti, era scesa la sera e non avevamo finito di attraversare la foresta. I due studiosi che si trovavano sotto la mia protezione procedevano sulla loro cavalcatura con una lentezza esasperante, discutendo di cose una più incomprensibile dell'altra, su pietre che cadono a terra, sul movimento della Luna e su Dio sa cos'altro.

Anche i loro cavalli erano annoiati per il procedere a un passo così lento in mezzo agli alberi.

L'attacco invece è stato di una rapidità incredibile. Io che ho passato molti anni in una banda famosa a suo tempo, prima di diventare guardia del corpo di fiducia del mio protettore, rimasi senza fiato. In un momento, siamo stati circondati da una decina di uomini armati spuntati dal nulla, poi legati e portati all'accampamento di quello che tutti conoscono con il nome di Lupo Mannaro, un brigante celebre sia per i suoi modi stravaganti che per la sua crudeltà.

Dandosi arie da signore, il famoso capobanda era seduto su una brutta sedia che tutti i suoi uomini consideravano il suo trono. Prima di rivolgerci la parola, ci ha guardati come si contemplano le prede di una caccia:

«Indossate abiti eleganti ma non avete oro con voi. Siete quindi dei personaggi fortunati e potrete ricambiare lautamente la nostra ospitalità, o siete dei ladri che meritano solo che gli si tagli la gola?».

Scoppi di risa tutto intorno a noi. Salviati ha preso la parola:

«Abbiamo come ricchezza il fatto di essere scienziati. È una cosa che vale più dell'oro».

Era una risposta stupida. A forza di vivere sempre tra di loro, questi studiosi perdono le più elementari abitudini di prudenza che si impongono quando si ha di fronte uno come Lupo Mannaro. Quest'ultimo si è alzato ed è scoppiato in una risata tonante e forzata:

«Dunque, è un onore per me ricevervi» dice alla fine. «Signori scienziati, se quel che dite è vero, che cosa aspetto per diventare come voi ed essere così più ricco che mai?».

In quella situazione, chiunque si sarebbe accontentato di chinare la testa in segno di sottomissione. Ma Salviati e Sagredo non sono persone qualsiasi: come tutti gli scienziati si dimostrano capaci delle eccentricità più pericolose, tanto amano le controversie. Credendo che Lupo Mannaro avesse avviato una discussione, Sagredo si è sentito incoraggiato a esprimere la sua opinione:

«L'estrema difficoltà del compito è all'altezza di quel che se ne trae. Lei può sperare di scoprire un tesoro favoloso, ma non diventerà un esperto in breve tempo. Per diventarlo bisogna esercitare la propria mente, aprire gli occhi sullo spettacolo della natura con un'attenzione sempre sveglia e...».

«Sta forse insinuando che sono condannato a restare per sempre un idiota?» lo ha interrotto Lupo Mannaro. «È questo il modo di rivolgersi a un ospite che si appresta ad invitarvi alla sua festa?».

Si vedevano qua e là i preparativi pressoché conclusi di un festino, e alcune scatole che contenevano diversi travestimenti. Lupo Mannaro ne ha afferrato uno e si è messo alle spalle di Sagredo mentre parlava con un tono tra i più seri:

«So anch'io che cosa significa stare all'erta, anche se non sono uno scienziato. Ma io devo stare attento per non perdere la mia vita. Voi potete anche aprire gli occhi solo quando avete ben dormito e ben mangiato: gli scritti dei vostri maestri non scappano certo dai vostri libri, il Sole e le stelle tornano ogni giorno a offrirsi alla vostra contemplazione. Ma per un uomo come me, più che aprire gli occhi spesso è importante aprirli... al momento giusto!».

Ha preso allora una delle maschere contenute nella scatola per metterla in un lampo sul viso del povero Sagredo.

«Allora, signor scienziato, ha aperto gli occhi? Se sì, deve sapere se la maschera che indossa è di una volpe o di un orso! Risponda, quindi, messere! La risposta è proprio davanti a lei, non potrebbe trovarsi più vicino!».

Sagredo ha taciuto. Salviati ha tentato di intromettersi, ma Lupo Mannaro non l'ha lasciato parlare:

«Pensa di valere più di lui? E anche lei?».

Queste ultime parole erano rivolte a me, che non avevo ancora detto niente. Il nostro rapitore ha fatto a Salviati e a me la stessa cosa che ha fatto a Sagredo: ci ha letteralmente schiaffeggiati con una maschera presa a caso dalla scatola.

Un'occhiata rapida mi aveva mostrato che conteneva soltanto teste di volpe e di orso. Quindi, un attimo dopo, avevamo tutti e tre il volto coperto da una maschera e le mani legate, apparentemente incapaci di fare il minimo gesto.

«Allora, signori scienziati» ha esclamato Lupo Mannaro «ci sarà almeno uno tra di voi in grado di vedere quel che si trova sotto il suo naso? A meno che non siate capaci di distinguere una volpe da un orso!».

Mentre gli uomini che ci circondavano si gustavano quel piccolo numero improvvisato, Sagredo ha preso la parola. Cito alla lettera: «Se una sola persona deve fare una proposta, che sia un altro e non io». Salviati ha rincarato la dose con la stessa calma: «Stavo per dire la stessa cosa». Quanto a me, ero completamente confuso e balbettavo non so più che cosa.

«Voi non siete degli scienziati, siete dei vigliacchi!» ha esclamato il brigante, che si è poi lanciato in una serie di prese in giro e di provocazioni che si prevedeva sarebbe andata per le lunghe.

In quel momento ci fu il colpo di scena.

Che sia ben chiaro: io sono *sicuro* che né Salviati né Sagredo avevano potuto vedere l'animale rappresentato dalle loro maschere. Ogni animale era disegnato più che modellato, nessuno di noi avrebbe potuto rilevare sulla propria maschera il minimo segno distintivo. E sono altrettanto sicuro che né l'uno né l'altro avrebbe potuto, in nessun momento, comunicare qualcosa al suo *alter ego* che non venisse immediatamente colto dai nostri rapitori. Nessuno specchio si trovava accidentalmente davanti a noi, nessun alleato segreto si nascondeva nelle fila di Lupo Mannaro, eppure Sagredo ha tranquillamente dichiarato, senza rivolgersi a nessuno in particolare: «Io so qual è l'animale rappresentato dalla mia maschera».

Il silenzio che seguì era un misto di sorpresa, curiosità e sospetto. Lo stupore giunse al culmine quando Salviati fece lo stesso annuncio.

Preoccupato innanzitutto di non permettere a nessuno di noi di vedere la maschera che ci piazzava sul volto, Lupo Mannaro non aveva fatto una vera scelta tra le numerose maschere contenute nella scatola. L'unica conclusione logica da trarre, quindi, è che ognuno di noi aveva una possibilità su due di indossare una maschera da volpe e altrettante per la maschera da orso: *su questo punto non demordo.*

Lupo Mannaro si è avvicinato a Sagredo, con il suo grande coltello ha tagliato le corde che legavano i polsi dello scienziato, ha afferrato una delle mani dello sfortunato e se l'è messa tra il coltello e il pollice come se si accingesse a pelare una mela. Tenendo il viso incollato alla maschera che lo scienziato continuava a indossare, il nostro rapitore ha aggiunto:

«Sei pronto a scommettere questa mano che non farai errori?».

«In cambio della libertà, sì».

Il grugnito di Lupo Mannaro che è seguito era un assenso.

Stupidamente ho articolato il nome giusto dell'animale nella speranza infantile che Sagredo riuscisse malgrado la mia maschera a leggere la risposta esatta sulle mie labbra. Ma lo scienziato non mi ha rivolto il minimo sguardo e si è limitato a dire, sempre con la medesima calma:

«L'animale che mi nasconde il viso è una volpe».

Con la mano libera, si è tolto la maschera, gettandovi appena un'occhiata.

Risposta esatta!

Un brusio ha percorso i presenti. Lupo Mannaro si è lanciato su Salviati, ha liberato anche a lui i polsi e incollato una mano al suo coltello intimandogli di parlare. Le parole di Salviati hanno avuto l'effetto di un secondo pugno:

«Anch'io indosso la testa di una volpe».

Anche questa risposta era esatta, e io sono stato altrettanto stupito di Lupo

Mannaro e dei suoi uomini di fronte a una simile sicurezza.

I momenti che sono seguiti sono stati tutt'altro che vantaggiosi, per me. Tutti gli sguardi cominciavano a voltarsi verso di me, attendendo una frase che avrebbe completato il nostro trionfo. La mia mente ha funzionato a tutta velocità per immaginare questo: se una ragione che non era sfuggita ai due scienziati faceva sì che ognuno di loro indossasse necessariamente una maschera da volpe, la cosa più ragionevole era fare la stessa affermazione, dato che, dall'inizio alla fine, eravamo stati tutti e tre nella stessa situazione. Ma, mentre mi accingevo a formulare il risultato delle mie riflessioni, Salviati ha preso la parola per spiegare a Lupo Mannaro che, contrariamente a loro, io non potevo rispondere esattamente, perché non ero uno scienziato. Un po' umiliato da questa frase, sono stato però sollevato per l'esonero accordatomi da Lupo Mannaro, anch'egli soddisfatto di avere in quel modo l'occasione di ripristinare, con un gesto di magnanimità, un'autorità che la prova dei due scienziati aveva fatto vacillare. Gli spettatori hanno avuto un moto di delusione, ma presto sono tornati a occuparsi delle loro faccende. Lo spettacolo era finito.

Mi hanno slegato le mani e, tremando di riconoscenza nei confronti di Salviati, ho constatato che la fragile impalcatura della mia mente mi aveva indotto in errore: la mia maschera non rappresentava una volpe, ma un orso.

Ho solo un vago ricordo di quel che è accaduto dopo: la nostra liberazione, una breve discussione tra Lupo Mannaro e i due scienziati al termine della quale ci sono stati restituiti i cavalli. La mia mente aveva, e ha tuttora, un solo scopo: capire il prodigio di cui sono stato testimone. «Un prodigio che si è potuto realizzare solo grazie a te!» mi ha detto Sagredo con una gran risata, prima di addentrarsi in lunghe spiegazioni. Le ho ascoltate tutte con l'attenzione di cui ero capace, aggrappandomi a ogni asperità, scrutando ogni zona d'ombra, inutilmente: continuo a non capire. In mancanza di meglio, ho trascritto attentamente le parole dello scienziato. Lui ha poi avuto la gentilezza di correggere le inesattezze della mia trascrizione e quindi sono ormai in possesso di un documento che contiene in teoria tutte le chiavi del mistero. Forse un giorno, in futuro, a forza di rileggere, una luce sorgerà da quelle parole e placherà la mia mente. Ma per il momento, queste poche righe mi danzano davanti agli occhi senza smettere di tormentarmi.

... Qualunque sia la situazione, c'è sempre almeno una persona che vede lo stesso animale sul viso di ognuna delle altre due. Chiamiamo questa persona perno ...

Fino a qui, sono d'accordo. Ho verificato le otto configurazioni possibili, la verità di questa osservazione non può essere messa in dubbio. È dopo che tutto vacilla, quando arrivano le righe che tracciano una via che conduce in modo così brutale al precipizio:

...se si autorità una sola persona a fare una proposta, allora sta al perno tentare, scommettendo di indossare una maschera diversa da quella degli altri due... Questa strategia è coronata dal successo tre volte su quattro.

Ogni volta che le leggo, queste parole ben ordinate tessono lentamente nella mia

mente una tela di apparenti verità molto semplici, fino a trasformarsi all'improvviso in una rete opprimente che devo strappare per non soffocare. Certo, il conto delle configurazioni favorevoli a questa strategia sembra confermare la sua superiorità; ma come ammettere che un perno ha più possibilità di avere una maschera diversa dagli altri due, mentre si accetta nello stesso tempo (come fanno Salviati e Sagredo) che ognuno abbia in partenza una possibilità su due di indossare la maschera della volpe o quella dell'orso, indipendentemente da quel che sono le altre due maschere?

Sta tutto lì. Il resto si deduce facilmente: Salviati, come Sagredo, aveva notato che le frasi di Lupo Mannaro, che suggerivano che una sola persona facesse una proposta, aprivano la porta alla strategia del perno. Quando Sagredo ha proposto che qualcun altro tentasse la sorte, non era vigliaccheria; anche senza aver capito tutto, questo sono disposto a crederlo, viste la calma e la sicurezza che egli ha mostrato durante i fatti. Il senso delle parole di Sagredo era nascosto: lo scienziato ci diceva tra le righe che lui non era un perno, ossia che io e Salviati avevamo delle maschere diverse.

Salviati, la cui sapienza è pari a quella di Sagredo, sapeva dunque, vedendo la mia maschera da orso, che lui indossava una maschera da volpe. Avrebbe potuto sfruttare subito l'informazione, ma aveva preferito permettere a Sagredo di sapere anche lui qual era la sua maschera, facendo lo stesso annuncio.

Secondo queste spiegazioni, il mio comportamento avrebbe potuto provocare una catastrofe. Infatti, dichiarando di non essere nella posizione di fare una proposta per primo, dichiaravo di non essere il perno, il che era falso.

Salviati e Sagredo mi hanno assicurato di non avercela con me per questa gaffe involontaria. Si sono guardati sorridendo di sottecchi per spiegarmi che il senso di una frase dipende da chi la pronuncia.

Ma allora, che cosa ha permesso ai due scienziati di essere così sicuri uno dell'altro? Salviati, sentendo le parole di Sagredo, non avrebbe potuto interpretarle diversamente e portarci tutti alla rovina? Come sapeva che le prime parole di Sagredo, in quel momento cruciale, non erano state dette per vigliaccheria? Senza sembrare offeso dalle mie insinuazioni, Sagredo mi ha spiegato che gli scienziati parlano tra loro in una lingua concepita appositamente per essere uno scudo totale contro questo genere di problemi. Sagredo definisce questa lingua il ragionamento oggettivo e afferma che la sua unica grammatica è la logica. Egli parla della logica come di una dea che, da sola, ha il potere di fissare delle regole incontestabili a partire dalle quali tutti gli scienziati possono capirsi tra loro.

Non ho trascritto le parole di Sagredo su questo argomento perché, contrariamente alle altre che mi ha detto, di queste ho capito il significato.

E credo proprio che siano esatte.

Appendice

«All'inizio, la nostra situazione poteva essere una qualsiasi delle otto seguenti, in cui una O e una V indicano rispettivamente la maschera di un orso e quella di una volpe e dove la prima delle tre lettere rappresenta l'animale raffigurato dalla maschera indossata da Salviati, la seconda quello di Sagredo e l'ultima il mio:

OOO OOV OVO OVV
VOO VOV VVO VVV

Dato che queste configurazioni avevano le stesse probabilità di verificarsi, ne risulta che ognuna ha una possibilità su otto di essere quella giusta.

Qualunque sia la situazione, c'è sempre almeno una persona che vede lo stesso animale sul volto di ognuna delle altre due. Come Sagredo, definiamo questa persona *perno*.

Io ero il perno nella configurazione VVO che è stata quella della nostra disavventura, e tutti lo saremmo stati nei casi VVV oppure OOO.

Ecco il punto cruciale di tutta la faccenda: se si autorizza una sola persona a fare una proposta, allora è il perno che deve tentare la sorte (eventualmente tutti e tre, se tutti sono perni), scommettendo che indossa una maschera diversa da quella degli altri.

Dimostrazione: tra le otto configurazioni possibili, solo i casi OOO e VVV portano al fallimento di questo procedimento. Questa strategia è quindi coronata dal successo tre volte su quattro, una probabilità di gran lunga superiore a quella del procedimento che consisteva a far scegliere a caso uno qualsiasi tra i prigionieri».

Questa storia è un adattamento di un problema posto inizialmente dal matematico Todd Ebert nel 1998. Sara Robinson ne parla in questo modo sul *New York Times* del 10 aprile 2001: «Tre giocatori entrano in una stanza, in testa portano un cappello rosso o blu. Il colore del cappello è stato estratto a «testa o croce» per ognuno di loro. Ogni giocatore può vedere il cappello degli altri ma non il suo. Non è autorizzata nessuna comunicazione tra i giocatori, che possono però accordarsi in precedenza su una strategia. Al gruppo vengono offerti tre milioni di dollari se almeno uno dei giocatori indovina il colore del suo cappello, senza che nessuno degli altri due faccia un'affermazione sbagliata. Lo stesso gioco può essere fatto con un numero superiore di giocatori. Il problema generale consiste nel determinare una strategia che massimizzi le possibilità di successo del gruppo».

La presentazione un po' modificata del problema dei cappelli che viene raccontato nella nostra storia dà l'opportunità di mostrare che, contrariamente a un'opinione ancora diffusa, la teoria matematica delle probabilità costituisce un edificio non meno rigoroso di altre costruzioni matematiche, come per esempio la geometria o l'aritmetica. Infatti, dire che ci sono tre possibilità su quattro che la strategia del

perno abbia successo significa ovviamente riconoscere la presenza di un'incertezza, che non è altro che il riflesso della situazione posta. Questa incertezza non riguarda affatto la validità dell'enunciato in se stesso: il fatto che ci siano tre possibilità su quattro di vincere con la strategia del perno è una *certezza assoluta,* sicura come il teorema secondo il quale, in un triangolo rettangolo, il quadrato costruito sull'ipotenusa equivale alla somma dei quadrati costruiti sugli altri due lati. È proprio questo statuto di certezza a permettere ai due scienziati della nostra storia di mostrarsi così sicuri di sé.

Il problema dei cappelli è legato a una disciplina matematica che si chiama «teoria della codificazione». Nata per le esigenze dell'informatica, questa disciplina riunisce i problemi di rappresentazione di dati sotto forma di liste di 0 e di 1 : si tratta di fare in modo che la rappresentazione sia il più contenuta possibile, ma anche di limitare, se non addirittura annullare, gli effetti di inevitabili errori nel corso di una trasmissione. Per una trasmissione effettuata attraverso la rete telefonica, per esempio, si conta in media un errore ogni diecimila cifre. Dato che una scheda informatica di dimensioni normali ha bisogno di oltre diecimila cifre per essere codificata, se non si intervenisse, si avrebbe sistematicamente una grande quantità di errori durante le trasmissioni.

Supponiamo di voler trasmettere una lista contenente due cifre (0 o 1): la Usta quindi può essere 00, 01, 10 o 00. Aggiungiamo allora una terza cifra che controlla se il numero 1 della nostra lista è pari o dispari: se è pari (casi 00 e 11), la terza cifra è uno 0; se è dispari (casi 01 e 10), è un 1. Le liste trasmesse hanno pertanto tre cifre e possono essere solo una delle quattro seguenti: 000, 011, 101, 110. Diventa facile a questo punto rilevare un eventuale errore nella trasmissione: per esempio, se la serie 001 è trasmessa al posto della serie 011 (con lo 0 al centro sostituito accidentalmente con un 1), il risultato è una serie di tre cifre che non fa parte delle serie «possibili».

Ovviamente, il metodo precedente è molto rudimentale; in particolare, se è in grado di rilevare un errore, non permette però di localizzarlo (potrebbe trovarsi nella terza cifra, proprio quella destinata a rilevare un eventuale errore). I metodi attuali consentono non solo di rilevare un errore (purché ce ne sia uno o, per lo meno, «non troppi»), ma anche di trovare la sua posizione esatta, il che permette di correggerlo direttamente. Una di queste tecniche è quella della «codificazione di Hamming», a partire dalla quale si può reintepretare il problema dei cappelli in un contesto più astratto.

La strategia migliore per il problema dei cappelli è nota solo per qualche caso particolare (per tre giocatori, e in particolare per sette). Conoscerla per tutti i casi permetterebbe senza dubbio di dedurne nuovi risultati teorici per le codificazioni di Hamming e quindi, forse, di migliorare il loro utilizzo nelle applicazioni pratiche.

Bibliografia

Auffray Jean-Paul, *Einstein e Poincaré,* Paris, Le Pommier 1999.
Sulla relatività e le sue origini matematiche.

Basile Achille, Li Calzi Marco, *Who said that a mathematician cannot win the Nobel Prize?,* in «Mathematics and Culture I» a cura di Michele Emmer, Berlin - New York, Springer-Verlag 2004, p. 109-120

Sui premi Nobel per l'economia assegnati a lavori di natura matematica.
È in preparazione l'edizione italiana: *Matematica e Cultura* 2004, Springer-Verlag Italia.

Gli spinaci sono ricchi di ferro. I luoghi comuni della scienza, a cura di François Bouvet, Milano, Raffaello Cortina 1999.
Sulla falsa credenza secondo la quale utilizzeremmo solo il 10% del nostro cervello, e altri pregiudizi.

Chalmers Alan E, *Che cos'è questa scienza? La natura e i suoi metodi,* Milano, Mondadori 1979.
Sulla nozione di ragionamento induttivo e i suoi limiti.

Cogis Olivier, Robert Claudine, *La théorie des graphes,* Paris, Vuibert 2003.
Un corso di teoria dei grafi che si interessa in particolare agli aspetti algoritmici della teoria.

Criton Michel, *Graphes et labyrinthes,* in «Tangente» n. 12 fuori serie, 2002, p. 42-43.
Sui metodi per uscire da un labirinto.

Damphousse Pierre, *Des compaspourfaire des droites,* in «Tangente» n. 81, 2001, p. 38-40.
Sull'invertitore di Peaucellier.

De la Rue Thierry , *Arbres, jeux et stratégies,* in «Tangente» n. 12 fuori serie, 2002, p. 44-46.
Una dimostrazione semplice e rigorosa del teorema di Zermelo e Von Neumann.

Delahaye Jean-Paul, *Couleurs des chapeaux et codes correcteurs d'erreurs,* in «Pour la science» n. 319, 2004, p. 90-95.
Il problema dei cappelli e la teoria della codificazione.

De la Rue Thierry, Janvresse Elise, *Virages à grande vitesse,* in «Tangente» n. 82, 2001, p. 12-13.
Sulle proprietà della clotoide.

Duchet Pierre, *Jeux sur graphes,* in «Quadrature» n. 9, 1991, p. 3-7.
Un'introduzione alla teoria dei giochi, e un articolo sui giochi di Nim scritto da Jacques Bouteloup.

Les Présocratiques, a cura di Dumont Jean-Paul,Paris, Gallimard 1988.
Una lista di tutti i frammenti di autori antichi, tra cui Talete.

Ekeland Ivar, L*a théorie des jeux et les relations humaines: on-flits, calculs, ambitions,* in «Quadrature» n. 12, 1992, p. 29-35.
Sulla teoria dei giochi, in particolare sulla scelta che deve fare un portiere al momento del rigore (o un giocatore al gioco delle tre carte...).

Gramain André, *Topologie des surfaces,* Paris, PUF 1971.
Sulla nozione di omeotopia.

Hill Ted, L*e premier chiffre significatif fait sa loi,* in «La Recherche» n. 316, 1999, p. 72-75.
Un riassunto della storia della legge di Benford e qualche esempio del suo utilizzo.

Kirchher Walter, Li Ming, Vitanyi Paul, *The miraculous universal distribution,* in «The Mathematical Intelligencer» vol. 19, n. 4,1997, p. 7-15.
Un articolo appassionante legato al modo matematico di considerare il problema della previsione della prossima scelta di un giocatore del gioco delle tre carte.

Knuth Donald E., *The Art of Computer Programming,* vol. 1, Boston, Addison-Wesley 1997.
Un'opera di riferimento sull'algoritmica in generale, dove si trova una storia dei generatori di numeri aleatori.

Niederreiter Harald, R*andom Number Generation and Quasi Monte Carlo* Methods,Philadelphia, Society for Industrial and Applied Mathematics 1992.
Sull'utilizzo dei metodi Monte Carlo per i calcoli matematici.

Novelli Jean-Christophe, l*a loi de Benford,* in *«Tangente»* n. 17 fuori serie (seconda parte), 2003, p. 68-70.
Sull'invarianza di scala nella legge di Benford.

Pears Iain, *Il caso Raffaello,* Milano, TEA 2002.
Un romanzo appassionante di cui un'ampia parte si interessa alle tecniche e alle poste in gioco della criptanalisi del XVII secolo.

Rittaud Benoît, *La Géométrìe classique,* Paris, Le Pommier 2000.
Per un'idea di prova del teorema di Talete.

Rittaud Benoîit, *Bonnes mesures, bonnes moyennes,* in «La Recherche» n. 364, 2003, p. 90-91.
Una presentazione divulgativa del modo in cui si valuta la distribuzione statistica di una serie di punti.

Rittaud Benoît, *Les irrationels: de Pythagore à Pac-Man,* in «Pour la science» n. 294, 2002, p. 100-103.
Sui numeri irrazionali e le caratteristiche geometriche di un videogioco.

Rittaud Benoît, L*'eternel retour,* in «Tangente» n. 68, 1999, p. 36-37.
Sui ritorni periodici di fenomeni astrofisici e i rapporti razionali.

Robinson Sara, *Why mathematicians now care about their hat colour,* in «The New York Times» 10 aprile 2001.
Sul problema dei cappelli.

Robinson G.B., *Rockers and Rollers,* in «Mathematics Magazine»n. 33,1960, p. 139-144.
L'articolo originale sulla possibilità di far procedere una bicicletta a ruote quadrate.

Siti web[2]:

Ferréol Robert:
http://www.mathcurve.com/courbes2d/cornu/cornu.shtml
Un disegno di clotoide e qualche spiegazione.

Peterson Ivars,
http://www.maa.org/mathland/mathtrek_04_05_04.html
Un'animazione di una ruota quadrata su una pista adatta.

Wagon Stan,
http://www.stanwagon.com
Il sito del matematico che per primo costruì una pista per biciclette a ruote quadrate, con una fotografia.

[2] Verificati dai Bluebook a gennaio 2008